UNIVERSIDAD DE CHILE
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES
SECCION HIDROLOGIA Y RIEGO

ELEMENTOS DE ANALISIS DE FRECUENCIA EN HIDROLOGIA

(Apuntes de Clases)

Prof. Basilio Espíldora Couso

Marciel González S.

Estos apuntes preliminares deben considerarse como un aporte parcial al desarrollo de la cátedra de Hidrología que se dicta en 6º Año de Ingeniería Civil.

No se ha tenido la intención de cubrir totalmente el extenso campo del análisis de frecuencia de variables hidrológicas, ni menos el campo de la Hidrología Estadística. Estos apuntes sólo permiten tener una guía de estudio de parte de las materias que se tratan en el curso de Hidrología.

Como una manera de paliar la falta de extensión y de profundidad se incluye al final una extensa bibliografía seleccionada.

"Introduction to Probability & Statistics

H. L. ALDER y E. B. ROESSLER

ANALISIS DE FRECUENCIAS DE DATOS HIDROLOGICOS

1. INTRODUCCION.-

En las aplicaciones de la Hidrología al diseño de obras hidráulicas se requiere interpretar los registros hidrológicos pasados en términos de su futura probabilidad de ocurrencia. Por ejemplo este problema surge de la necesidad de estimar cuál es la probabilidad de que cierto gasto máximo pueda igualarse o superarse dentro de un número promedio de años; o bien determinar las probabilidades de sequías, de volúmenes embalsables, de lluvias de cierta intensidad y duración, etc. Los procedimientos para efectuar este tipo de estimaciones se denominan análisis de frecuencia.

El análisis de frecuencia consiste en líneas generales en expresar los datos históricos hidrológicos en términos estadísticos y aplicar a ellos los métodos de la teoría de probabilidades. Ello es posible debido a la naturaleza aleatoria de las variables hidrológicas.

Los métodos de análisis de frecuencia de datos hidrológicos han sido sin embargo siempre un tema controvertido entre ingenieros e hidrólogos. La razón de ello radica principalmente en que el uso de los resultados que se obtienen de este análisis siempre constituirán un riesgo y por lo tanto no se puede abusar y mal interpretar la verdadera potencialidad del procedimiento. Siempre será necesario complementar el análisis con sentido práctico y sobre todo con la experiencia del hidrólogo y del ingeniero.

La razón de estas consideraciones está basada en el hecho de que los resultados del análisis de frecuencia son básicos para tener en cuenta la seguridad y eficiencia de la estructura que se esté diseñando.

Por ejemplo en la elección de un gasto máximo de diseño de cierta probabilidad, hay que tener en cuenta no sólo la seguridad de la obra misma sino de las vidas humanas, instalaciones y poblados que se verían afectadas por la falla de la obra hidráulica que se está diseñando. Este problema no sólo constituye un problema de orden económico sino que puede llevar implícita la necesidad de aportar ciertos juicios de valor. Por ejemplo, el sistema de drenaje de una carretera, que puede tener una vida económica útil de 15 ó 20 años, se efectuará con un gasto máximo moderado que por ejemplo ocurra en promedio una vez en 5 años si es que la falla de la obra sólo resultaría en una paralización temporal de ella. Por el contrario, el diseño de un embalse grande, aguas arriba de una población, debería ser diseñado para una crecida lo suficientemente grande, que tenga una gran probabilidad de no ocurrir dentro de la vida útil del embalse, o bien que corresponde a la crecida máxima posible.

En relación a la eficiencia de las obras, los resultados que se pueden obtener de un análisis de frecuencia deberán considerarse también desde un punto de vista económico. Es evidente que el diseño de una obra resultará más económico si se usan gastos máximos de diseño de pequeños períodos de retorno. Por ejemplo, un sistema de drenaje de aguas lluvia resultará más económico si se diseña para lluvias que se igualan o se sobrepasan en promedio, una vez en 5 años, que si se diseña para una lluvia de "una vez en 10 años" (en promedio). Sin embargo, en la operación del sistema hay que tener en cuenta si este tipo de economías sobrepasan o no las pérdidas e inconvenientes ocasionadas por la falla del sistema. Para el diseño de un embalse grande, el hidrólogo no sólo debe determinar su capacidad para que sea capaz de satisfacer con cierta seguridad una determinada demanda de agua durante períodos secos, sino que además proporcionar los antecedentes necesarios para determinar los respectivos beneficios de este suministro y las posibles pérdidas de acuerdo a diversas magnitudes (probabilidades) de crecidas.

Este capítulo tiene por objeto indicar los procedimientos del análisis de frecuencias con el fin de aplicarlos a problemas de diseño hidrológico y que permitan aportar criterios de seguridad y eficiencia de las obras hidráulicas. Algunas de las nociones y procedimientos que se indican ya han sido tratados en otras partes del curso. Como se observará más adelante, en esta materia se hará referencia especialmente al análisis de frecuencia de gastos máximos de una determinada estación fluviométrica. Ello no quiere decir necesariamente que este tipo de análisis no se pueda aplicar a otro parámetro hidrológico, como alturas de agua en un río, gastos mínimos, lluvias de cierta intensidad y duración, etc. En todo caso debe tenerse en cuenta que desde el punto de vista de la Hidrología aplicada a Ingeniería Hidráulica, el análisis de frecuencia de lluvias es sólo un paso intermedio para obtener lo que en último término se pretende encontrar, que es la distribución de frecuencias de los gastos.

2. DEFINICION DE ALGUNOS TERMINOS ESTADISTICOS Y PROBABILISTICOS.-

Con el objeto de puntualizar algunas ideas y términos más usados en el análisis de frecuencia, se incluyen a continuación algunas definiciones básicas de los conceptos utilizados.

2.1.- Población o universo: Se denomina así el conjunto total o colección de objetos considerados y de los cuales se quiere extraer alguna información.

2.2.- Muestra: Constituye un subconjunto del universo total del cual se extrae información que se supone válida para el universo con cierto grado de significación estadística.

2.3.- Variable: Representa la característica asociada con una muestra, pudiéndosele asignar cualidades o números específicos. (Por ejemplo en fenómenos hidrológicos la variable x puede ser la lluvia caída que puede tomar un valor específico como $x = 15$ mm).

2.4.- Variable aleatoria: Es el resultado de un experimento no especificado que consiste en una serie de operaciones al azar o pruebas. En hidrología una lluvia, un gasto, etc. constituye una variable aleatoria.

2.5.- Espacio muestra: Es la colección de todos los valores posibles de las variables aleatorias asociadas a un experimento. Si el espacio muestra es finito, las variables aleatorias correspondientes son discretas. Si el espacio muestra es infinito, se dice que las respectivas variables aleatorias son contínuas.

2.6.- Clase: Es un subconjunto de una muestra. Por ejemplo corresponde a los elementos comprendidos entre dos valores de la variable aleatoria considerada. Si la clase se considera como un "intervalo" abierto, un elemento x quedará comprendido dentro de la clase de orden "i" si

$$X_i \leqslant x < X_{i+1}$$

en que X_i = límite inferior de la clase "i"
X_{i+1} = límite inferior de la clase "i+1"

2.7.- Marca de clase (x_i): La marca de una clase de orden "i" queda definida por la siguiente expresión:

$$x_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$$

2.8.- Módulo de una clase (Δ_x): Es la diferencia entre los límites que definen la clase. Es decir:

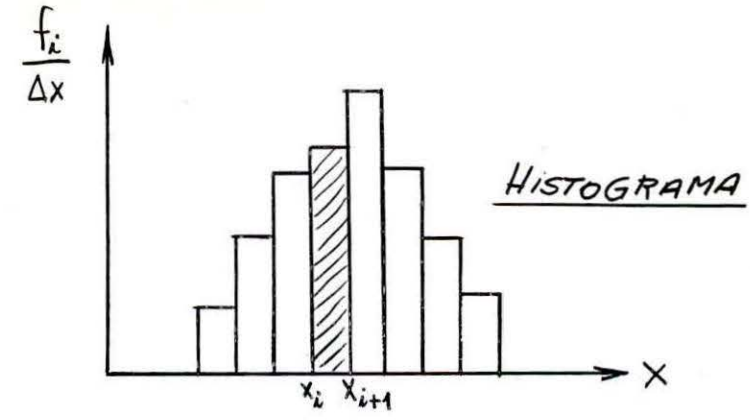
$$\Delta x_i = X_{i+1} - X_i$$

2.9.- Frecuencia absoluta de una clase (f_i): Es el número de elementos (o de sucesos) comprendidos dentro de la clase.

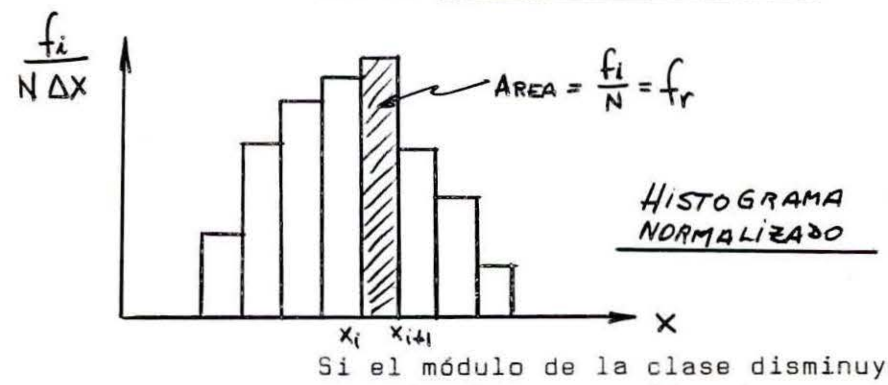
2.10.- Frecuencia relativa de una clase (f_r): Es igual a la frecuencia absoluta dividida por el número total de elementos de la muestra considerada. Corresponde por lo tanto al concepto clásico de probabilidades, es decir al número de casos favorables de un suceso por unidad de casos posibles.

2.11.- Frecuencia correspondiente de una clase (f_c): Se define como el cuociente entre la frecuencia absoluta de una clase y su módulo, y es una medida por lo tanto de la densidad de elementos en la clase (número de elementos por unidad de "longitud" de la clase).

2.12.- Histograma: Es el gráfico que relaciona la frecuencia correspondiente de una clase con la marca de la clase.



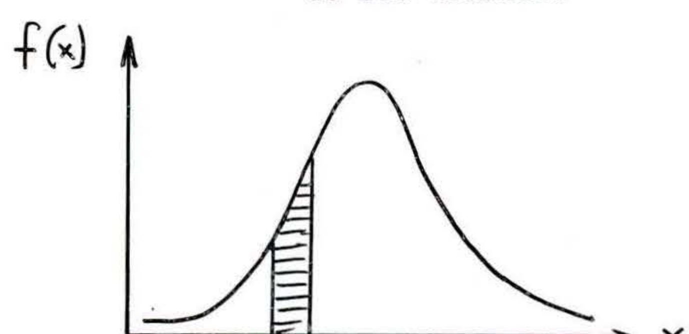
Si el área correspondiente a una clase es igual a la frecuencia relativa correspondiente, el histograma recibe el nombre de histograma normalizado.



Si el módulo de la clase disminuye y el número de clases consideradas aumenta, el histograma se puede asimilar a una curva contínua que recibe el nombre de curva o función de densidad de frecuencia, que se designa con f(x). Luego

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f_i}{N\,\Delta x}$$

2.13.- Probabilidad empírica : Corresponde al área comprendida entre dos ordenadas cualquiera de la curva de densidad de frecuencia y al eje de las abscisas



Es decir la probabilidad de que un valor de x esté comprendido entre x_1 y x_2 será igual a:

$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

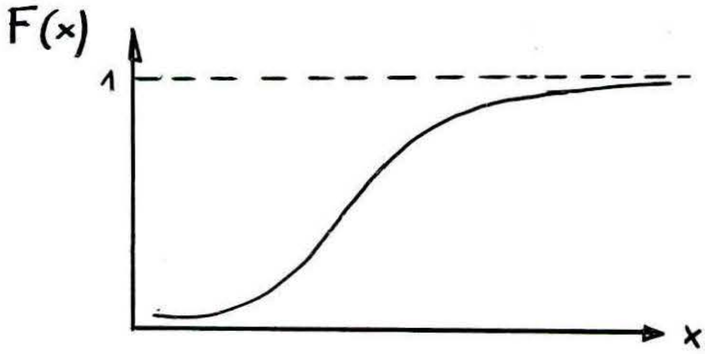
2.14.- <u>Función de frecuencia acumulada</u>: La suma de todas la frecuencias relativas hasta cierto valor de la variable X, se denomina frecuencia acumulada. Si las frecuencias relativas son discretas, la frecuencia acumulada será:

$$f_{ac_i} = \sum_{i=1}^{i} f_{r_i}$$

Si se tiene la curva de densidad de frecuencia (frecuencia relativa contínua), la frecuencia acumulada será:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

Luego el valor de la frecuencia acumulada hasta un valor x corresponde a la probabilidad de tener un valor igual o menor a x. Gráficamente,



$$P(X \leqslant X_1) = F(X_1)$$

De acuerdo a lo anterior deben cumplirse las siguientes relaciones:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

$$P(x \leqslant x_1) = 1 - P(x \geqslant x_1)$$

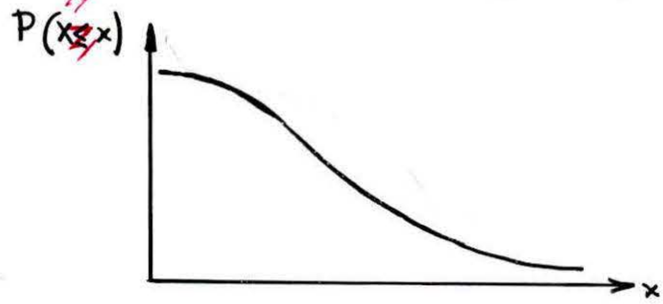
$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_1)$$

$$= P(x \leqslant x_2) - P(x \leqslant x_1)$$

Es evidente que de igual manera puede obtenerse la curva de frecuencia acumulada como:

$$P(x \geqslant x_1) = F(x_1)$$

en cuyo caso la expresión gráfica toma la forma de la figura siguiente



A.- 2.15.- Medio aritmético: corresponde al promedio de todos lo valores de la muestra#.

valores aislados $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N}$

valores clasificados en clases $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{N}$

distribución contínua $\bar{x} = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$

(valor esperado!)

2.16.- Medio geométrico: Es la raíz N del producto de los N elementos de la muestra. Es decir,

$$\bar{x}_g = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} x_i}$$

2.17.- Mediana: Es el valor de la variable, bajo la cual (o sobre la cual) está el 50% de los elementos de la muestra. Es decir la mediana divide a la función de densidad de frecuencia en dos porciones de igual número de elementos.

2.18.- Moda: Es el valor de la variable que ocurre con mayor frecuencia. Es decir, es el valor más probable de la variable. Corresponde a la condición que

$$\frac{df(x)}{dx} = 0$$

Todos los parámetros estadísticos de una muestra (medio aritmético, variancia, etc.) corresponden a estimaciones de los respectivos parámetros de la población o universo de donde fué extraída la muestra, si es que ésta no tiene bias.

A.- Tendencia Central
B.- Medidas de Variabilidad
C.- Medidas de Asimetría

B.-

2.19.- Desviación media: Es el promedio de los valores absolutos de las desviaciones de la variable con respecto a la media.

valores aislados $DM = \frac{1}{N} \sum_{1}^{N} |x_i - \bar{x}|$

valores clasificados $DM = \frac{1}{N} \sum f_i |x_i - \bar{x}|$

distribución contínua $DM = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) |x - \bar{x}| dx$

2.20.- Desviación standard: Se define como la raíz cuadrada del promedio del cuadrado de las desviaciones con respecto al promedio. Este valor corresponde a la desviación standard de la población. La desviación standard de una muestra de la población se define por medio de la siguiente expresión:

valores aislados $S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$

valores clasificados $S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$

distribución contínua $S = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \bar{x})^2 f(x) dx}$

El cuadrado de la desviación standard se denomina varianza.

2.21.- Coeficiente de variación: Se define como la desviación standard por unidad de promedio aritmético.
Es decir:

$$C_V = \frac{S}{\bar{x}}$$

C.-

2.22.- Asimetría y coeficiente de asimetría:

Asimetría $\alpha = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum (x_i - \bar{x})^3$ valores aislados

Coef. Asimetría $C_S = \frac{\alpha}{S^3}$

2.23.- Momentos de la función de densidad de frecuencias:

$\nu_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{K} f_i \, X_i^r$ con resp. al origen (x=0)

$N = \sum f_i$

r: orden del momento

Momento central

$$\mu_r = \frac{1}{N} \sum f_i (X_i - \bar{x})^r$$

3. SELECCION Y TRATAMIENTO DE DATOS HIDROLOGICOS PARA EL ANALISIS DE FRECUENCIA.-

3.1 Fuentes de error.-

El tratamiento estadístico y probabilístico de cualquier tipo de datos requiere que la muestra respectiva obtenida de la población o universo total sea representativa y obtenida al azar. En otras palabras, se requiere que la muestra sea aleatoria, y que los valores de las variables respectivas sean independientes y homogéneas. Evidentemente los datos hidrológicos deben cumplir con estas condiciones para posibilitar el análisis de frecuencia de ellos.

Se dice que una muestra no tiene bias cuando el procedimiento de muestreo es totalmente al azar y la muestra es representativa de la población o universo de la cual se extrajo.

La dependencia de los datos se puede referir al tiempo o al espacio. La dependencia en el tiempo es la causa de error más común en el análisis de frecuencia de datos hidrológicos. Por ejemplo, los gastos máximos de dos crecidas que suceden una a continuación de otra o dentro de un intervalo pequeño de tiempo pueden no ser independientes ya que pueden deberse al mismo fenómeno meteorológico, o bien la segunda crecida quedar influenciada por las condiciones provocadas por la recesión de la crecida anterior. Si se incluyen estos dos valores en el análisis de frecuencia, se estaría trabajando con una muestra no aleatoria, ya que hay valores interdependientes entre sí.

La dependencia en el espacio de los datos hidrológicos también constituye un error en el análisis de frecuencia. Por ejemplo, si dos pluviómetros que se encuentran muy cercanos registran datos muy similares que poseen una correlación, ellos deben considerarse como una sola estación para determinar los parámetros estadísticos del régimen de las precipitaciones, ya que no existiría independencia de los datos en el espacio.

La falta de homogeneidad de los datos estadísticos (hidrológicos) significa que las muestras han sido obtenidas de poblaciones diferentes.

Además de los errores de muestreo que pueden cometerse en la recolección de datos hidrológicos, es necesario considerar otras fuentes de error, antes de poder aplicar los métodos de análisis de frecuencias. Estos otros tipos de errores provienen de los procesos de medición y de procesamiento de los datos, además de defectos inherentes de los registros hidrológicos.

Los errores que pueden cometerse en la medición, procesamiento y publicación de datos hidrológicos son de dos tipos: accidentales y sistemáticos. Los errores accidentales, debidos al observador o a la técnica de medición misma, se producen al azar y tienden a compensarse. Sin embargo los errores sistemáticos no son aleatorios, y pueden producir una tendencia o bien periodicidad.

Los defectos inherentes en los datos hidrológicos pueden ser por ejemplo: cambios pequeños en la ubicación de la estación hidrológica; efectos de obras artificiales en los datos hidrológicos; falta de datos para algunos períodos de tiempo; procesos no estacionarios, de tendencia, persistencia y periodicidad en los registros hidrológicos. Para detectar y considerar la existencia de estos últimos procesos se pueden aplicar las técnicas de correlación en serie para los efectos de persistencia, el método de los promedios móviles para los problemas de tendencia y el análisis armónico o de Fourier para los efectos de periodicidad. La falta de datos puede solucionarse por medio de análisis regionales o de correlación.

De las consideraciones anteriores se deduce que a los datos hidrológicos muy raramente se les pueden aplicar directamente los métodos de análisis de frecuencia, sin examinar previamente posibles errores de muestreo, de observación e inconsistencias inherentes. Si estos errores son apreciables es indispensable analizarlos y corregirlos previamente antes de que el análisis de frecuencia pueda efectuarse.

3.2 Selección y ordenamiento de datos hidrológicos.-

Los datos hidrológicos disponibles para efectuar el análisis de frecuencia, usualmente se presentan en forma cronológica. La serie total de estos datos se denomina serie de duración completa.

La serie de duración completa se utiliza sólo en determinados tipos de análisis hidrológicos, por ejemplo en el caso de la determinación de la capacidad de un embalse por medio de curvas acumuladas de gasto o diagrama de Rippl. Otro tipo de análisis hidrológico en que se usa la serie de duración completa es en la determinación de las curvas de duración, en que se relaciona la magnitud del evento hidrológico con el porcentaje de tiempo en que esa magnitud se iguala o se excede.

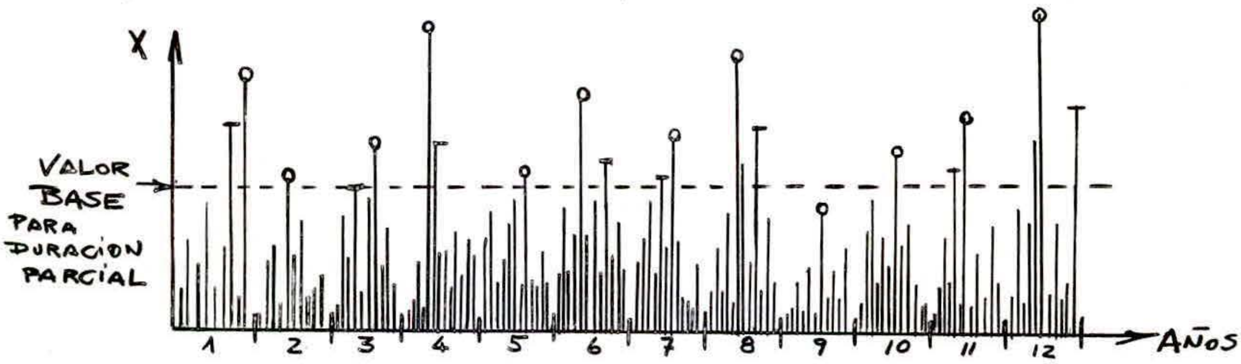
En el análisis de frecuencia de datos hidrológicos sin embargo, se seleccionan dos tipos de datos de la serie de duración completa: la serie de valores extremos y la serie de duración parcial. De esta manera se ahorra trabajo y tiempo al considerar sólo las condiciones críticas del registro total de datos (valores máximos o mínimos) y se logra además la necesaria interdependencia temporal entre los valores.

La serie de valores extremos incluye los mayores o los menores valores de la variable hidrológica que se producen dentro de cierto intervalo de tiempo. Si este intervalo de tiempo se escoge igual al año hidrológico, se tendrá la serie anual de valores extremos. Si el intervalo de tiempo considerado se disminuye, existe la posibilidad de que los valores de las variables no sean independientes y que aparezcan variaciones estacionales que producen información no homogénea. Sin embargo pueden elegirse valores de las variables hidrológicas que correspondan a un determinado mes o estación dentro de cada año. Un ejemplo de una serie anual de valores extremos sería el conjunto de los mayores (o menores) gastos medios diarios observados en cada uno de los años de la serie de duración completa, o los gastos instantáneos máximos observados en cada año.

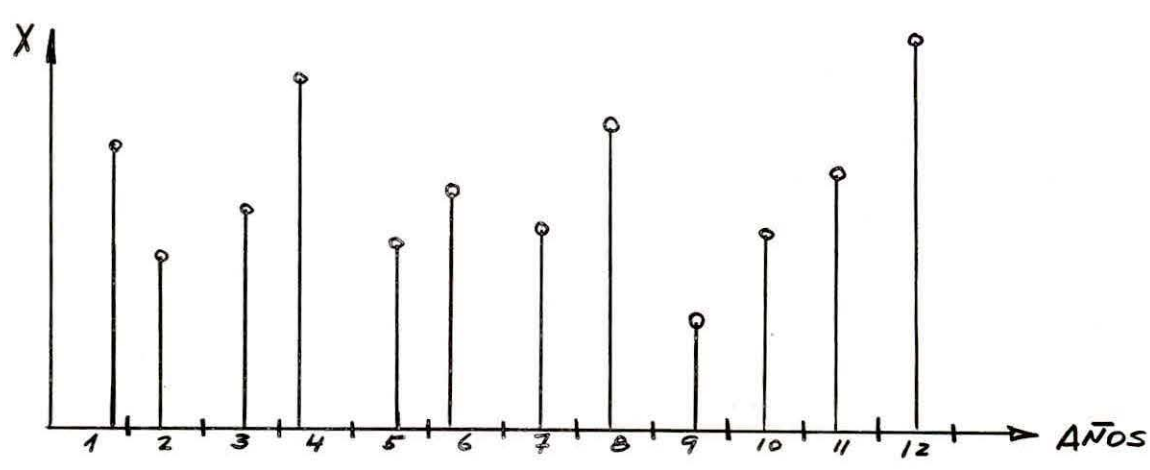
La serie de duración parcial está formada por una serie de datos cuyas magnitudes son mayores que cierto valor base, independientemente del tiempo en que ocurren. Si el valor base se escoge de manera que el número de valores en la serie sea igual al número de años del registro hidrológico fundamental, la serie se denomina serie de las excedencias anuales. Por ejemplo se puede formar una serie de duración parcial que esté formada por los gastos medios diarios mayores de 50 m^3/seg. Puede ocurrir que en algunos de los N años observados haya más de un gasto medio diario que exceda este valor base; luego se tendrían más valores que años en la serie. Si el valor base se aumenta de manera que en todo el período de observación de N años haya sólo N valores del gasto medio mensual que excedan este valor base, se tendrá una serie de excedencias anuales.

Puede ocurrir también que algunos de los valores de la variable que forma la serie parcial no sean independientes entre sí. Por ejemplo en un año cualquiera es posible que los valores superiores al valor base ocurran dentro de un intervalo pequeño de tiempo y si la serie está formada por gastos medios diarios, es muy posible que esos dos valores no sean dependientes en el tiempo. La selección de algunos valores tendrá que ser por lo tanto más o menos arbitraria. Si dos eventos consecutivos que tienen una magnitud mayor que el valor base se consideran independientes, ambos deberán ser incluídos en la serie, de lo contrario sólo se considerará el mayor de ellos.

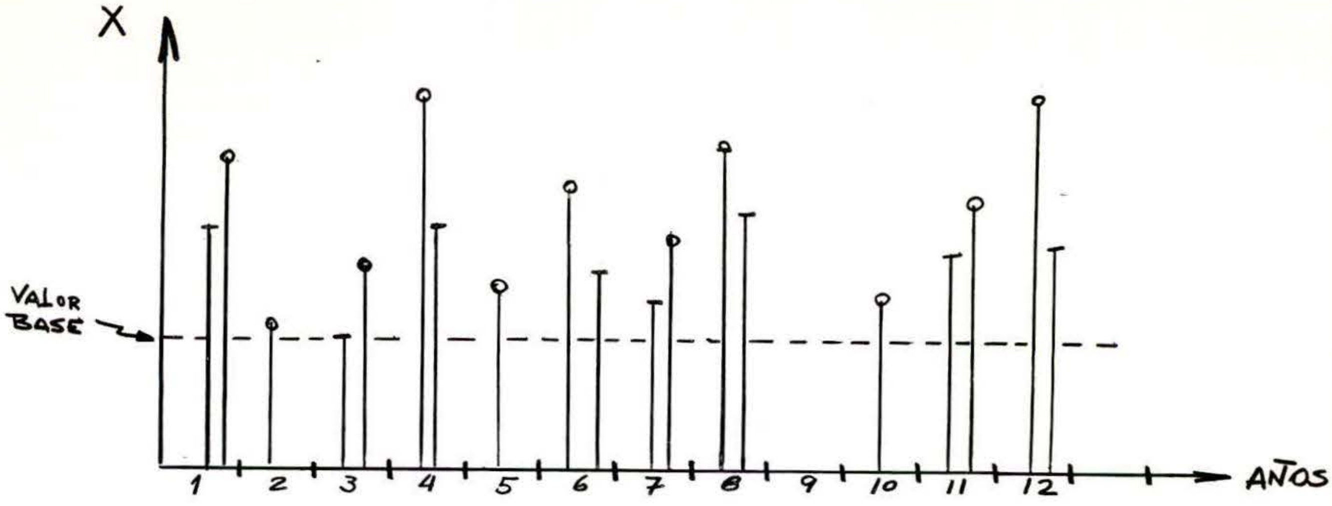
Como ejemplo de los cuatro tipos de series que se han indicado, se incluye a continuación las siguientes figuras esquemáticas que muestran las diferencias y características de ellas.



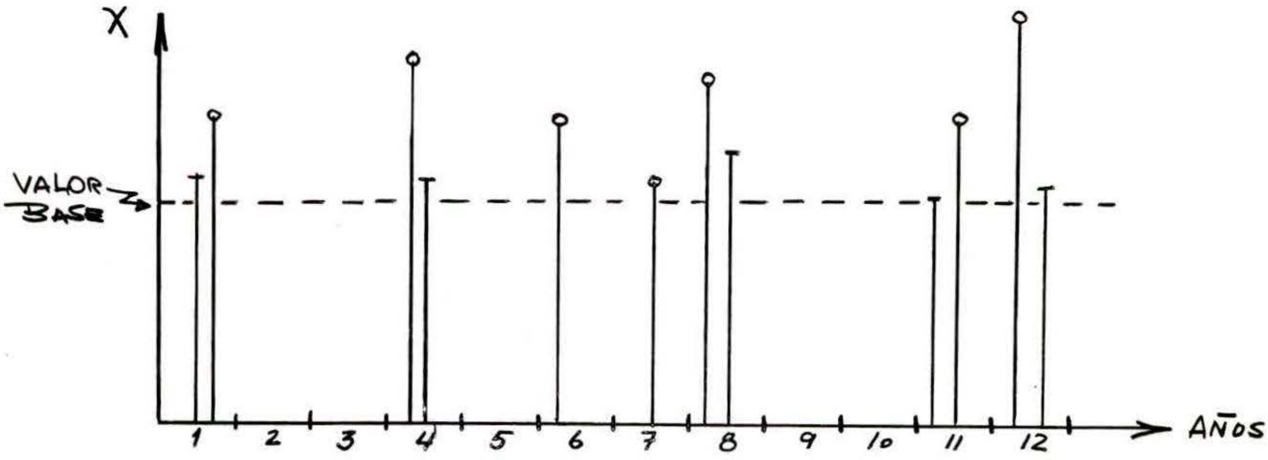
Serie de duración completa
N = 12 años.



Serie de valores extremos anuales.



Serie de duración parcial
(valor base = 40)
(19 valores en 12 años)



Serie de excedencias anuales
(valor base = 58)
(12 valores en 12 años)

De las figuras se observa que muchos valores de la serie de excedencias anuales son mayores que algunos valores de la serie de valores extremos anuales. Además muchos valores de la serie de duración parcial que constituyen el segundo mayor valor de un determinado año son mayores que otros valores extremos considerados en la serie extrema anual que los omite. La interdependencia que puede existir entre dos valores de un mismo año puede observarse en la serie parcial o en la serie de excedencias anuales.

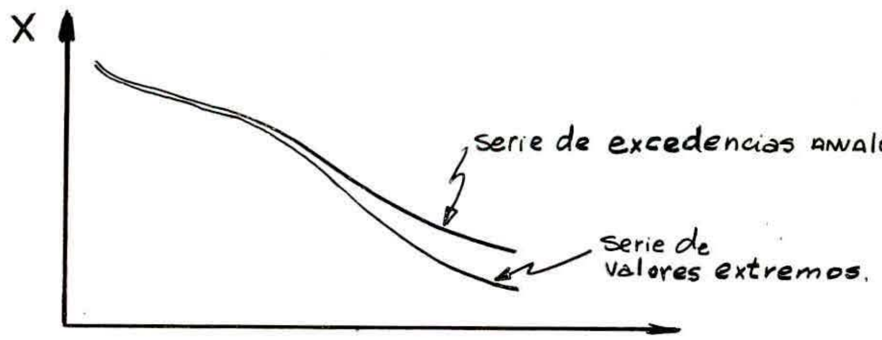
Una vez obtenidos los diferentes tipos de serie, ya sea de valores extremos, de duración parcial o de excedencias anuales, se puede obtener la curva de densidad de frecuencia de los valores respectivos (o de frecuencia acumulada). Más adelante se explicarán los procedimientos para obtener estas curvas. Sin embargo es necesario indicar que a los diferentes tiempos de serie corresponden diferentes densidades de frecuencia, pero que dichas densidades están relacionadas entre sí.

En efecto, puede demostrarse mediante análisis teóricos que si se designa por P_p la probabilidad que un valor de la variable en la serie de duración parcial (o de excedencias anuales) iguale o exceda cierto valor "x" y por P_E la probabilidad de que se iguale o se sobrepase cierto valor "x" en la serie de valores extremos, la relación entre P_p y P_E viene dada por la siguiente ecuación:

$$P_p = - L_e (1 - P_E)$$

De esta relación puede demostrarse que la diferencia en P_p y P_E es de un 10% cuando P_p = 20% (una vez en 5 años) y de un 5% cuando P_p = 10% (una vez en 10 años). Luego puede considerarse que ambas series tienen una curva de densidad de frecuencias prácticamente iguales cuando $P_p \leqslant 10\%$.

Si los valores de las series de valores extremos anuales y de excedencias anuales se ordenan de mayor a menor se obtendría un gráfico como el que indica esquemáticamente la siguiente figura.



Número de Orden de cada valor

Puede observarse que ambos tipos de series son prácticamente iguales para valores grandes de la variable y que difieren progresivamente para valores pequeños de ella.

Las consideraciones anteriores sobre las diferencias de las densidades de frecuencia de los distintos tipos de serie y por lo tanto de las probabilidades que se determinen para un determinado valor de la variable, permiten darse cuenta de la importancia que tiene la selección adecuada de una serie en los análisis de frecuencia de datos hidrológicos. Esta selección se efectuará de acuerdo al tipo de estudio hidrológico en que se vaya a aplicar el análisis de frecuencia.

Por ejemplo si el análisis de frecuencia va a ser utilizado en el estudio y diseño de una obra hidráulica cuya posibilidad de falla depende de las condiciones hidrológicas más críticas como podría ser el caso del vertedero de un embalse, el análisis se basará en la serie de valores extremos. Por el contrario, si el diseño de la obra hidráulica y sus condiciones de operación depende fundamentalmente de la sucesión o repetición de sucesos desfavorables (estudios de sequía, diseño de obras de drenaje de aguas lluvias, etc.), el análisis de frecuencia debe efectuarse en base a la serie de duración parcial o de excedencias anuales.

En todo caso como ya se hizo notar, las series no difieren mayormente para valores de la probabilidad de excedencia ($P(x \geq x)$) menores del 10% y algunas veces se incluyen ambos tipos de series en los análisis para permitir su conparación.

4. EL PERIODO DE RETORNO. OBTENCION EMPIRICA DE LA CURVA DE FRECUENCIA ACUMULADA.-

4.1 Definición de período de retorno.-

El objetivo principal del análisis de frecuencia de datos hidrológicos es determinar lo que se denomina el intervalo de recurrencia o período de retorno de un evento hidrológico de magnitud x.

El intervalo de recurrencia o período de retorno, T, se define como el intervalo promedio de tiempo dentro del cual puede esperarse que la magnitud "x" de un evento hidrológico se iguale o se exceda ~~a lo menos~~ una vez. Por ejemplo, si decimos que el período de retorno de una crecida de 500 m^3/seg es de 100 años, quiere decir que en promedio una vez en 100 años se tendrá una crecida igual o mayor que 500 m^3/seg. **Esto no quiere decir que este evento sucederá regularmente cada 100** años. De hecho es posible, aunque poco probable que esa crecida ocurra en años sucesivos. Por lo tanto en el ejemplo anterior lo que corresponde decir es que existe en promedio una probabilidad en 100 años que se iguales o se sobrepase la crecida de 500 m^3/seg.

De la definición y el ejemplo anterior queda claro que el período de retorno se define como un intervalo promedio de tiempo, basado en la densidad de frecuencia de la variable "x" que representa un cierto evento hidrológico, y que no corresponde al intervalo real de tiempo entre dos eventos de igual magnitud "x". Se puede demostrar que si se asume una cierta densidad de frecuencia para el intervalo real de tiempo (distribución de Poisson) la relación teórica entre este intervalo y el intervalo promedio de tiempo al que se refiere el período de retorno viene dada por la siguiente expresión:

$$T = \frac{\zeta}{-L_n P(\zeta)}$$

en que T es el período de retorno tal como se definió más arriba, y $P(\zeta)$ es la probabilidad que se iguales o se exceda el intervalo real de tiempo ζ. Se volverá sobre este punto más adelante al considerar la información que suministran registros hidrológicos de diferentes duraciones y al tratar la elección de un período de retorno en problemas de diseño.

Si un evento hidrológico de magnitud igual o superior a "x" ocurre en promedio una vez en T años (T igual al período de retorno), la probabilidad promedio de tener un valor mayor o igual a ~~éste será~~ por lo tanto:

$$P(X \geq x) = \frac{1}{T}$$

El valor $P(X \geq x)$ se denominará probabilidad de excedencia. Por lo tanto#:

$$T = \frac{1}{P(X \geq x)} = \frac{1}{1 - P(X \leq x)}$$

\# Para propósitos prácticos estas relaciones son aproximadamente válidas tanto para variables discretas como contínuas. En estricto rigor:

para variables discretas $P(X \geq x) + P(X < x) = 1$

para variables contínuas $P(X > x) + P(X < x) = 1$

T en años

S.D.P.	S.V.E	S.D.P.	S.V.E.
0.5	1.16	10	10.5
1.0	1.58	20	20.5
1.45	2.00	50	50.5
2.0	2.54	100	100.5
5.0	5.52		

Luego la relación entre los períodos de retorno de la serie de valores extremos y la serie de duración parcial será:

$$T_p = \frac{1}{L_{n_e}\ T_e - l_{n_e}(T_E - 1)}$$

4.2 Posiciones de ploteo.-

Una vez que se hayan formado las series de valores extremos o la serie de duración parcial de la variable hidrológica que se quiere analizar, el análisis de frecuencia de ella implica obtener la relación entre los diversos valores de esta variable y sus correspondientes períodos de retorno o probabilidades de excedencia. Es decir es necesario obtener la curva o función de frecuencia acumulada de la variable en cuestión (ver definiciones anteriores). Usualmente esta relación se expresa gráficamente.

Para obtener la curva de frecuencia acumulada, es necesario determinarle a cada valor de la variable el período de retorno (o la probabilidad de excedencia) que le corresponde, para lo cual usualmente los elementos de la serie se ordenan de mayor a menor. Desgraciadamente no existe un acuerdo unánime en relación al período de retorno que debe asignársele a cada elemento de la serie así ordenada. Se han propuesto muchas fórmulas para esta determinación, siendo la mayoría de ellas empíricas.

En la tabla que se incluye a continuación, se indican algunas de las fórmulas más conocidas y empleadas para determinar el período de retorno (y probabilidad de ocurrencia) de los valores de una serie ordenada de mayor a menor.

Fórmula	Año	Período de Retorno, T	Probabilidad de excedencia
California	1923	$\frac{N}{m}$	$\frac{m}{N}$
A. Hazen	1930	$\frac{2N}{2m-1}$	$\frac{2m-1}{2N}$
* Weibull	1939	$\frac{N+1}{m}$	$\frac{m}{N+1}$
Chegodayev	1955	$\frac{N+0.40}{m-0.30}$	$\frac{m-0.30}{N+0.40}$
Gringorten	1963	$\frac{N+0.12}{m-0.44}$	$\frac{m-0.44}{N+0.12}$

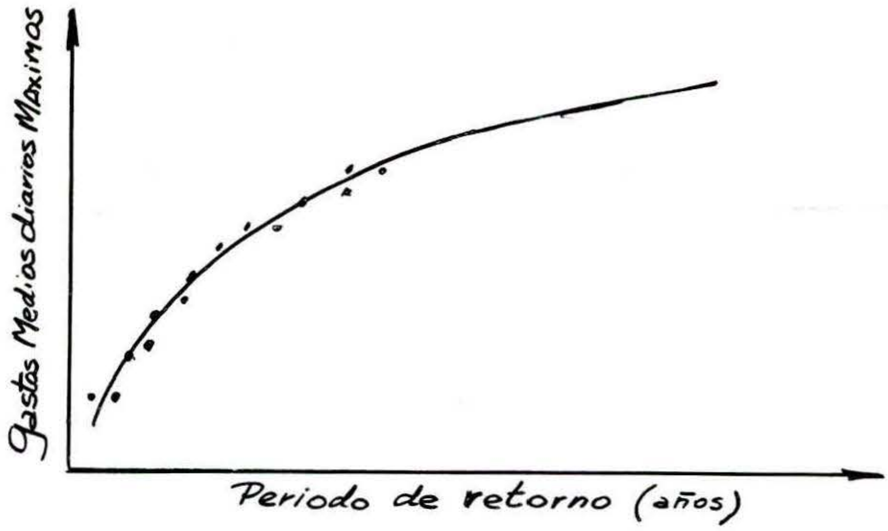
En que N es el número total de observaciones y "m" es el número de orden del valor de la variable cuando éstas se ordenan de mayor a menor.

Todas estas relaciones dan resultados prácticamente iguales en la parte central de la serie, pero difieren para valores ubicados en los extremos de ella (períodos de retorno muy altos o muy bajos).

Sin embargo algunas de estas fórmulas tienen algunas deficiencias teóricas y prácticas. Por ejemplo la fórmula de California no permite llevar a un gráfico de probabilidades el menor valor de la serie. La fórmula de Allen Hazen le asigna un período de retorno de 2N al mayor valor de la serie, lo que corresponde a una duplicación artificial del período real de observación que es N. Hoy en día la fórmula más generalizada y utilizada es la de Weinbull-Kimball.

5. EL PAPEL DE PROBABILIDADES.-

Una vez que se hayan determinado los períodos de retorno o las probabilidades de excedencia de los distintos valores de la variable hidrológica que componen una determinada serie, ambos valores pueden relacionarse gráficamente como se indica en la siguiente figura:



Este procedimiento puede considerarse aceptable si sólo se pretende trabajar con períodos de retorno inferiores a N/5, donde N es el número total de observaciones.

Sin embargo es usualmente más conveniente disponer de un tipo de gráfico especial, llamado papel de probabilidades que permite representar gráficamente la curva o función de frecuencia acumulada de la serie hidrológica, en forma de una línea recta. De esta manera, linearizando la relación T vs. x (o $P(X > x)$ vs. x), ésta puede analizarse más fácilmente posibilitándose su ajuste y extrapolación y su comparación con otras relaciones.

En efecto, el eje de las ordenadas y de las abscisas del papel de probabilidades se diseña de tal manera que al graficar los valores de la variable x vs. su correspondiente período de retorno o probabilidad de excedencia, la relación que se obtiene (función de frecuencia acumulada) es una línea recta. Para obtener este efecto, es decir, para diseñar la graduación de los ejes, es necesario asumir que el universo o población de donde fué extraída la muestra de valores x, cumplen o siguen una determinada función de densidad de frecuencia. En otras palabras, se podrán construir tantos papeles de probabilidad como funciones de densidad de frecuencia se supongan para los datos que se tengan.

El primer hidrólogo en proponer una linearización de la función de frecuencia acumulada fué Allen Hazen en 1914, quien supuso una densidad de frecuencia o distribución normal gaussiana. Para otras densidades de frecuencia usualmente usadas en Hidrología otros autores han propuesto desde entonces varios papeles de probabilidades. Como ejemplos se pueden citar el papel de probabilidad Gumbel-Powell (o papel de probabilidades extremas) basado en una distribución extrema tipo I; el papel de probabilidad de Weibull-Gumbel (o papel de probabilidad extrema logarítmica) basado en una distribución extrema tipo III y corrientemente usado en estudios de sequía y el papel logarítmico de probabilidades introducido por Whipple en 1916 y que está basado en una distribución logarítmica normal.

En la próxima sección se indican algunas características de estos tipos de distribuciones y su justificación para usarlos en diferentes tipos de análisis hidrológicos.

La manera de construir un papel de probabilidades para cualquier tipo de función de densidad de frecuencia se indicará más adelante al tratar la extrapolación y ajuste de las curvas de frecuencia acumulada.

6. FUNCIONES DE DENSIDAD DE FRECUENCIA MAS USADAS EN HIDROLOGIA.-

Como ya se ha hecho notar, desde un punto de vista práctico, el análisis de frecuencia de datos hidrológicos es un procedimiento que permite ajustar a un determinado tipo de datos un cierto modelo matemático de la densidad de frecuencia que se supone tienen esos datos y luego inferir de la relación obtenida, el período de retorno o la probabilidad de igualar o exceder ciertas magnitudes de la variable hidrológica en cuestión. La decisión sobre el tipo de densidad de frecuencia a usar queda principalmente determinada en base a factores de experiencia y verificación del análisis. Sin embargo existen ciertas consideraciones de orden teórico que sugieren el uso de determinadas funciones de densidad de frecuencia o distribuciones, según sea el tipo de problema y variable hidrológica que se considere.

El suponer una cierta función de densidad de frecuencia para la variable hidrológica que se está analizando, no sólo tiene importancia para el uso y diseño de cierto papel de probabilidades sino como se verá en la sección siguiente, en el ajuste y extrapolación de la función de frecuencia acumulada obtenida a partir de los datos registrados.

Las funciones de densidad de frecuencia teóricas corrientemente usadas en Hidrología son las siguientes:

6.1 Distribución Normal y Logarítmica Normal:-

La distribución normal o la función de densidad de frecuencia tipo Gauss ha sido usada empíricamente en análisis de frecuencia de datos hidrológicos desde que Allen Hazen la propuso en 1914.

La distribución o función de densidad de frecuencia normal es una distribución simétrica y contínua que teóricamente representa la distribución de los errores accidentales en torno al promedio aritmético (moda o mediana en este caso). Su expresión analítica es la siguiente:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

en que φ (x) representa la probabilidad (o frecuencia relativa correspondiente) de tener un valor cualquiera X comprendido entre x y x + dx, σ es la desviación standard de la población de datos, "μ" es el promedio aritmético de la población y e la base de los logaritmos Neperianos. Al trabajar con una muestra aleatoria de la población se asume que la desviación standard, S, y el promedio aritmético, $\overline{x}$, de la muestra es una estimación de σ y μ respectivamente, teniéndose por lo tanto:

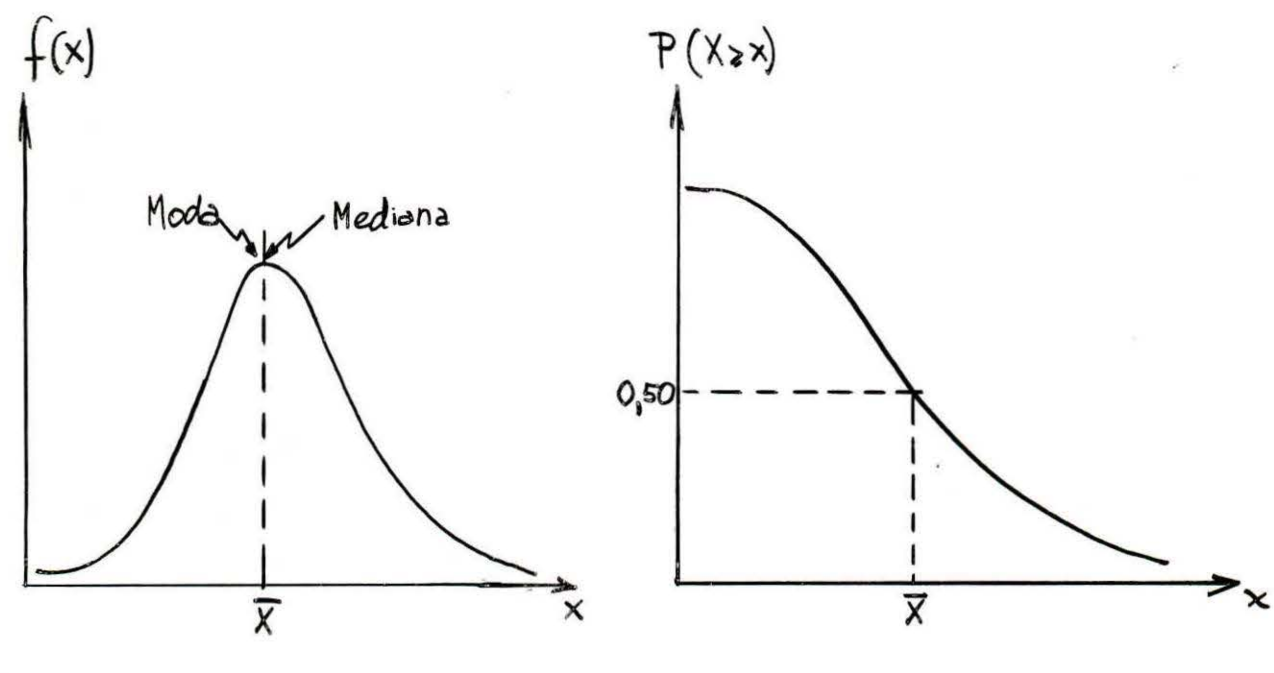
$$\varphi(x) \approx f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2S^2}}$$

La probabilidad de tener un valor de X igual o mayor que x, $P(X \geq x)$, queda dada por la expresión:

$$P(X \geq x) = 1 - \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2S^2}}\, dx$$

La distribución normal queda totalmente definida por medio de los parámetros $\overline{x}$ y S.

La figura siguiente indica esquemáticamente la forma de la distribución normal y de la correspondiente función de frecuencia acumulada



En caso que los valores de la variable "X" no tengan una distribución normal, la distribución puede a veces normalizarse usando los logaritmos de x. Es decir se hace el siguiente cambio de variable:

$$y = L_{n_e} X$$

Luego la función de densidad de frecuencia toma la forma siguiente:

$$f(y) = \frac{1}{S_y\sqrt{2\pi}}\; e^{-\frac{(y-\overline{y})^2}{2\,s_y^2}}$$

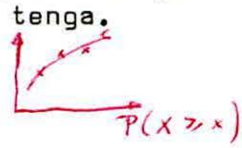
e^y

en que Sy e $\overline{y}$ son la desviación standard y el promedio aritmético de las variables "y", es decir, de L_{ne} x.

El uso de este tipo de distribución en Hidrología se ha justificado en base a la siguiente interpretación dada por Ven Te Chow: si se supone que un evento hidrológico, x, es igual al producto de un número "r" de eventos independientes causatorios de magnitud x_1, x_2, ... x_r, el logaritmo de x es igual a la suma de los logaritmos de estas variables x_r. Por medio del teorema central del límite, puede demostrarse entonces que el logaritmo de x tiene distribución normal cuando el número de variables x_r tiende a infinito.

Si se diseña un papel de probabilidades suponiendo una distribución logarítmica normal y se grafican los valores de la variable x versus su probabilidad de excedencia, se obtendrá una línea recta sólo en el caso que el coeficiente de asimetría de la distribución de x (supuesta logarítmica normal), tenga un valor C_S=1,139 para un coeficiente de variación C_V = 0,364. En caso que no se obtenga una línea recta, se ha sugerido que se modifique C_S, o bien que se rediseñen los ejes del gráfico para el valor C_S que se tenga.

Se puede trabajar con una pequeña curvatura.



6.2 <u>Distribuciones Extremas</u> (Tipo I y Tipo III):-

Fréchet, Fisher y Tippett (1927 y 1928) estudiaron la función de densidad de frecuencia de valores extremos concluyendo que si se tienen N muestras compuestas de "m" elementos cada una, la densidad de frecuencia o distribución de los N valores mayores (o menores), cada uno de éstos seleccionados de los m elementos de cada muestra, tienden a una distribución definida o límite <u>cuando "m" crece indefinidamente</u>. La forma de esta tendencia depende de la densidad de frecuencia original de los mN valores que componen la serie total de datos (serie de duración completa). De esta manera se han propuesto tres tipos de distribuciones extremas, en que las denominadas Tipo I y Tipo III son las más usadas en Hidrología.

6.2.1 <u>La distribución extrema Tipo I</u>:-

La distribución extrema Tipo I resulta de suponer <u>una distribución exponencial para la serie total de mN elementos</u>, que converja a medida que el valor de la variable x aumente. La expresión analítica según Gumbell de la función de frecuencia acumulada para este caso, es la siguiente :

$$P(X \geqslant x) = 1 - e^{-e^{-y}}$$

en que

$$y = a(x - x_f)$$

$$\text{para} \quad -\infty < x < +\infty$$

"a" se denomina parámetro de dispersión y x_f corresponde a la moda de la distribución. De acuerdo a análisis teóricos, Gumbell obtuvo los siguientes valores:

$$a = \frac{1{,}28255}{\sigma_x}$$

$$x_f = \overline{x} - 0{,}45005\ \sigma_x$$

En que $\bar{x}$ y σ_x son el promedio aritmético y la desviación standard de la muestra, respectivamente. La distribución tiene un coeficiente de asimetría, C_S, constante e igual a 1,139.

La distribución extrema Tipo I fué aplicada originalmente en el estudio de crecidas por E.J. Gumbel en 1941. Gumbel consideró como variable estadística extrema sin límite superior, al mayor valor de los 365 gastos medios diarios de un año (gasto de crecida). De acuerdo a la teoría de los valores extremos, el mayor gasto medio diario de cada uno de los años registrados contituirá una serie (serie de valores extremos anuales) que tenderá a una determinada función de densidad de frecuencia cuando el número de observaciones en cada año crece indefinidamente y el número de años es grande. La distribución que puede ajustarse a esta función de densidad de frecuencia corresponde a la distribución extrema tipo I. En la práctica el número de muestras (años registrados) es limitada y el número de observaciones en cada año de gastos medios diarios (365) puede no ser suficientemente grande de acuerdo a la teoría. Sin embargo se ha constatado empíricamente que en los estudios de crecidas el uso de la distribución de Gumbel y del correspondiente papel de probabilidades es adecuado y útil. Sin embargo al estudiar las distribuciones extremas de temperaturas y de lluvias, el método de Gumbel sobreestima las temperaturas y subestima las precipitaciones con respecto a los valores que se obtienen con registros de mayor duración.

Ya se indicó que el papel de probabilidades basado en la distribución extrema Tipo I se designa como papel de probabilidad extrema o papel de Gumbel-Powell.

6.2.2 Distribución Extrema Tipo III:-

En base a las consideraciones de la teoría de los valores extremos, pero suponiendo que el valor de x tiene un límite superior ε, es decir $-\infty < x < \varepsilon$ se obtiene la relación que representa la función de frecuencia acumulada de una distribución extrema tipo III:

$$P(X \geq x) = 1 - e^{\left(\frac{x-\varepsilon}{\theta-\varepsilon}\right)^{k}}$$

Gumbel usó este tipo de distribución en el estudio de sequías definiendo la serie de gasto de sequía como aquella formada por los mínimos gastos medios diarios de cada uno de los N años observados. La justificación hidrológica de este tipo de distribución está basada en que siempre habrá un valor límite de sequía, con un mínimo igual a cero.

El parámetro ε de la relación anterior se define entonces como la sequía mínima. El parámetro θ se denomina sequía característica y teóricamente corresponde a la sequía que tiene un período de retorno igual a 1,58198 años. El parámetro k no tiene un significado hidrológico particular, pero corresponde a un "parámetro de escala" que define el coeficiente de asimetría de la distribución. "k" es orden de la menor derivada de la densidad de frecuencia que no se anula para $x = \varepsilon$.

Al aplicar este método de Gumbell para el estudio de gastos mínimos, se utiliza el llamado papel de probabilidades extremas logarítmicas (o papel de Weibull) en que el eje que corresponde a la variable x, tiene graduación logarítmica. De esta manera la función de frecuencia acumulada toma la forma de una línea recta cuando $\varepsilon = 0$.

6.3 Distribución exponencial.-

Empíricamente se ha demostrado que a una serie de duración parcial le corresponde una función de densidad de frecuencia tipo exponencial.

En efecto, en el caso de una serie de duración parcial de precipitación, la función de frecuencia acumulada se aproxima a una línea recta en un papel log-log. En la serie de duración parcial de gastos, a la función de probabilidad acumulada le corresponde una línea recta en un papel semilogarítmico (los gastos se llevan en el eje aritmético).

Este hecho se ha justificado suponiendo que la probabilidad de un cierto valor x de la variable, p(x), es igual a la probabilidad de que ocurran simultáneamente todos los "r" factores que causan o provocan ese valor de x. Si cada uno de estos "r" factores causativos tiene una probabilidad media, p, entonces

$$p(x) = p^r \qquad P(X \geq x) = e^{-x/\alpha}$$

Se puede demostrar que si esta relación se cumple, si "r" es infinitamente grande y si "x" es de gran magnitud, la distribución de x es exponencial.

Precip recta log - log
Gastos " Semi - log

7. EXTRAPOLACION Y OBTENCION TEORICA DE LA FUNCION DE FRECUENCIA ACUMULADA.-

Por los métodos indicados anteriormente, la función de frecuencia acumulada sólo se puede obtener para el período de retorno que corresponde al número de años observados pudiéndose extrapolar gráficamente la función en el papel de probabilidades que corresponda. Sin embargo, el ajuste gráfico de la función de frecuencia acumulada y su extrapolación puede conducir a resultados erróneos. Por estos motivos varios investigadores han desarrollado métodos que permiten disminuir estos errores por medio de la consideración analítica de todos los valores de la variable para lograr el trazado y la extrapolación de la curva de frecuencia acumulada.

Consideremos que la variable X de un evento hidrológico aleatorio se puede expresar mediante la siguiente relación:

$$X = \bar{x} + \Delta x$$

en que Δx es la desviación con respecto al promedio y que depende de las características de dispersión de la densidad de frecuencias de x, del correspondiente período de retorno y de otros parámetros estadísticos que definen la densidad de frecuencia considerada.

Puede definirse un factor de frecuencia, K, que cumpla con la siguiente relación:

$$\Delta x = \sigma K$$

en que σ es la desviación standard de la población. K depende del período de retorno y del tipo de densidad de frecuencia que corresponde.

Luego,

$$x = \overline{x} + \sigma K$$

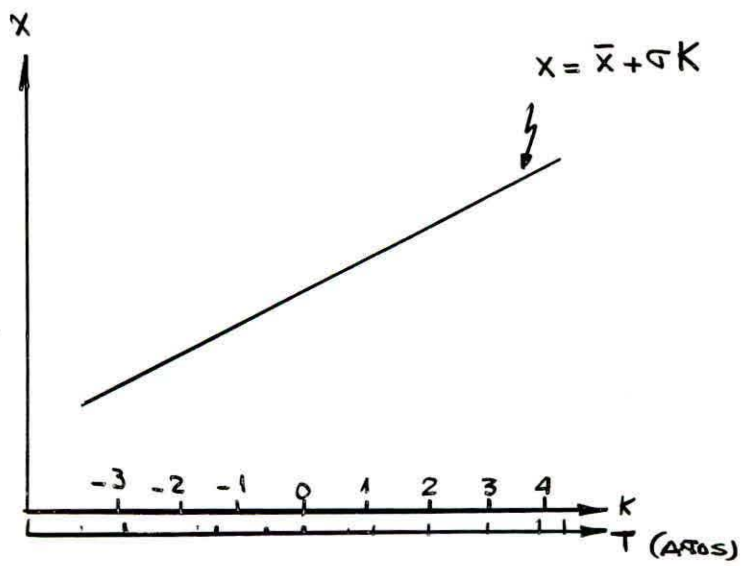
o bien

$$\frac{x}{\overline{x}} = 1 + C_v K$$

en que $C_v = \sigma / \overline{x}$ y se designa como el coeficiente de variación de la distribución. Esta relación ha sido llamada por Chow, ecuación general del análisis de frecuencia hidrológica, ya que es aplicable a la mayoría de las funciones de densidad de frecuencia usadas en Hidrología.

Esta ecuación representa una relación lineal entre x y K que a su vez está relacionada con el período de retorno T (ver figura).

Para cada tipo de densidad de frecuencia puede relacionarse el factor de frecuencia con el período de retorno por medio de gráficos, tablas o relaciones analíticas. Para aplicar la ecuación general deben determinarse el promedio, desviación standard y coeficiente de asimetría para la muestra de valores de x que se esté analiando. Estos parámetros estadísticos y la relación K-T que corresponda, permiten por lo tanto determinar y ajustar la función de frecuencia acumulada que se busca por medio de la ecuación general indicada más arrbia.



Como ejemplo del procedimiento se indica a continuación el Método de Gumbel para ajustar funciones de frecuencia acumulada en el caso de una distribución extrema.

Como se recordará, la función de frecuencia acumulada según la teoría de valores extremos era del siguiente tipo (Distribución extrema Tipo I):

$$P(X \leq x) = e^{-e^{-y}}$$

En que

$$y = a(X - X_f)$$

En la práctica debido a que no se cumplen todas las condiciones que implica la teoría de valores extremos, Gumbel ha propuesto determinar los valores de a y X_f (para series anuales extremas) en base al método de mínimos cuadrados. En efecto, considerando la última relación como una ecuación de regresión se llega a las siguientes relaciones:

$$X_f = \overline{X} - \sigma_x \frac{\overline{y}_n}{\sigma_n}$$

$$a = \frac{\sigma_n}{\sigma_x}$$

Las cantidades σ_n e $\overline{y}_n$ dependen solamente de la magnitud de la muestra de acuerdo a los valores de la Tabla siguiente:

n	y_n	σ_n	n	y_n	σ_n
20	0.52	1.06	80	0.56	1.19
30	0.54	1.11	90	0.56	1.20
40	0.54	1.14	100	0.56	1.21
50	0.55	1.16	150	0.56	1.23
60	0.55	1.17	200	0.57	1.24
70	0.55	1.19	∞	0.57	1.28

Combinando las tres últimas relaciones se llega a que:

$$X = \overline{X} + \frac{\sigma_x}{\sigma_n}(y - \overline{y}_n)$$

Por lo tanto,

$$K = \frac{y - \overline{y}_n}{\sigma_n}$$

Finalmente,

$$X = \overline{X} + \sigma_x K$$

Luego es válida la ecuación general del análisis de frecuencia de Chow.

Se puede demostrar que si el número de años considerados es muy grande (prácticamente mayor que 100 años), el valor de K viene dado por la siguiente expresión:

$$K = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left[\gamma + \operatorname{Ln}\operatorname{Ln}\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]$$

en que $\gamma = 0{,}57721$.

Además existen gráficos que permiten determinar el valor de K para diversos períodos de retorno y de acuerdo al número de años en la muestra. (Ver el libro "Hydrology ofr Engineers" de Linsley, Kohler y Paulhus, pág. 253).

Si la densidad de frecuencia de los datos hidrológicos se supone normal, el valor de K es igual a

$$K = \frac{x - \mu}{\sigma_x}$$

Substituyendo este valor en la expresión correspondiente de la probabilidad acumulada se tiene que:

$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{K} e^{-K^2/2} \, dK$$

Esta expresión se encuentra tabulada en tablas estadísticas para distintos valores de K. Luego, como:

$$T = \frac{1}{1-P(X \leq x)}$$

Se puede determinar la relación K-T para una distribución normal y por lo tanto en base a la ecuación general de frecuencia, obtener la función de frecuencia acumulada que se ajuste a los datos.

Para una <u>distribución logarítmica normal</u> si se substituye "x" por "e^y", y "$\bar{x}$" por "μ" se puede demostrar que el correspondiente factor de frecuencia está dado por la expresión siguiente:

$$K = \frac{e^{\sigma y K y - \sigma y^2/2} - 1}{(e^{\sigma y^2} - 1)^{1/2}}$$

en que

$$Ky = \frac{(y - \bar{y})}{\sigma y}$$

y se cumple la relación

$$y = \bar{y} + \sigma y \, Ky$$

Como los valores de $y = L_n x$ están normalmente distribuídos, Ky se puede determinar para diversos valores de T de la manera que se indicó para la distribución normal.

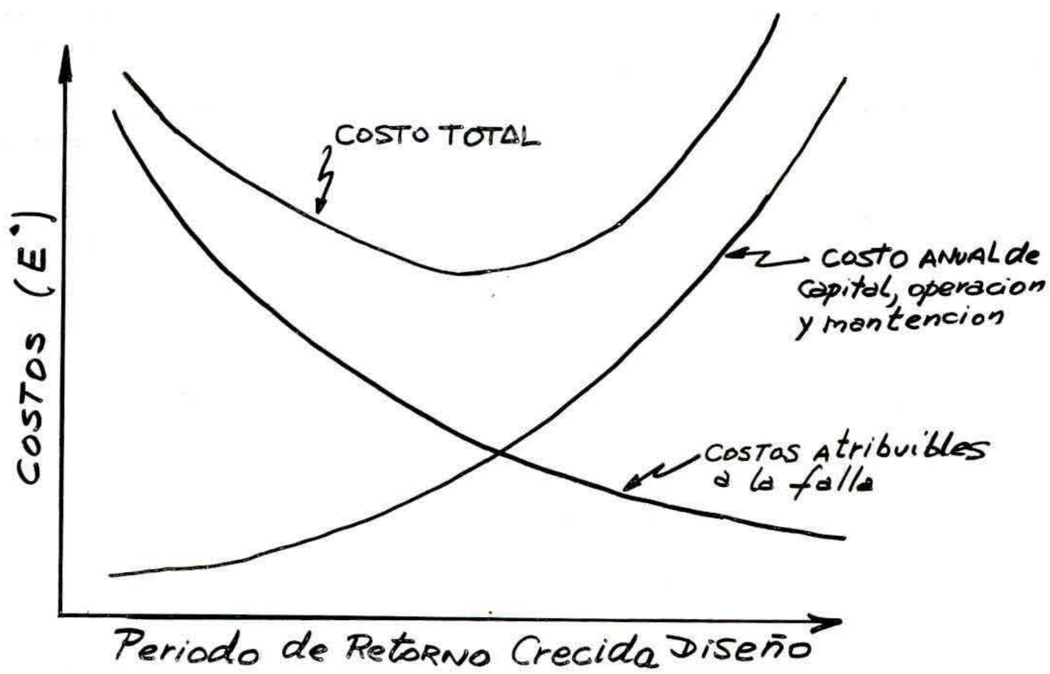
8. CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA ELECCION DE CRECIDAS DE DISEÑO.-

Definiremos la crecida de diseño como aquella crecida (definida por su gasto máximo o su hidrograma) adoptada para el diseño y dimensionamiento de ciertas obras hidráulicas, después de considerar todas las características de las crecidas, sus probabilidades y potencialidades y todos los factores económicos, prácticos e hidrológicos que sean pertinentes.

Sólo en condiciones muy especificadas y aisladas, se justifica diseñar una obra hidráulica para la crecida máxima posible, ya que raramente sería económico el hacerlo. En la gran mayoría de los casos, la crecida de diseño va a ser menor que ésta y a veces aún menor que la máxima observada. Existe una amplia gama de posibilidades entre estas dos situaciones extrema, que dependerán de factores hidro-económicos, por lo que para decidir el grado de protección o seguridad que se debe proporcionar a una obra hidráulica es preciso recurrir a toda la información disponible y sobre todo al mayor sentido práctico que sea razonable.

El problema económico a que se hace referencia tiene realción con el hecho que a medida que se aumenta la magnitud o la frecuencia de la crecida de diseño, el costo de capital, operación y mantención de la obra, aumenta, pero al mismo tiempo la probabilidad de desastre o falla de la obra disminuye, es decir disminuyen los costos atribuibles a este desastre o falla.

Este hecho queda representado gráficamente en la siguiente figura.



(Nótese que los costos se consideran anualmente, previa una reactualización teniendo en cuenta la vida útil económica de la obra, interés del capital, depreciación de la moneda, etc..).

Se puede así definir la curva de costos totales anuales, y en base al gráfico definir la crecida de diseño más económica*. En las curvas de este tipo, la curva de costos totales es bastante plana, lo que indica que sería posible aumentar la seguridad de la obra como un pequeño aumento relativo del costo total.

Un análisis económico de este tipo sólo se justifica para obras mayores, pero para obras de pequeña envergadura la elección final debe hacerse en base a criterios más arbitrarios generalmente sancionados por las costumbres o tradición.

Finalmente, en relación a la determinación de crecidas de diseño, en base a consideraciones hidrológicas solamente, debe mencionarse que ésta no sólo puede seleccionarse de acuerdo al criterio de lo "máximo posible" o según un análisis de frecuencia de los gastos o lluvias registradas, sino seleccionando o estimando aquellos gastos de crecida que aunque pueda esperarse que ocurran bajo las más severas combinaciones de condiciones meteorológicas e hidrológicas, sean razonablemente características de la región considerada, excluyendo combinaciones extremas poco comunes.

En relación a los problemas que surgen de elegir un determinado período de retorno o probabilidad de excedencia proporcionado por un análisis de frecuencia, para elegir una crecida de diseño, deben tenerse en cuenta los siguientes factores.

El período de retorno obtenido por medio de los métodos de análisis de frecuencia analizados en las secciones anteriores sólo indica el intervalo de tiempo promedio entre sucesos iguales o mayores que cierta magnitud de la variable hidrológica.

El estudio teórico de la distribución del intervalo real de tiempo o <u>período de retorno real teórico</u> permite determinar la probabilidad que estos períodos de retorno sean menores que los períodos de retorno promedio. La estimación de esta probabilidad es importante para elegir un período de retorno de diseño de acuerdo a la vida económica útil de una obra hidráulica.

La tabla que se incluye a continuación indica la distribución teórica del período de retorno.

---

* Obsérvese que no se han tenido en cuenta otros factores de orden práctico, y en especial la posible pérdida de vidas humanas.

Período de retorno promedio	Período de retorno real que se excede en diferentes porcentajes de tiempo						
	1%	5%	25%	50%	75%	95%	99%
2	8	5	3	1	0	0	0
5	22	14	7	3	1	0	0
10	45	28	14	7	3	0	0
30	137	89	42	21	8	2	0
100	459	300	139	69	29	5	1
1000	4620	3000	1400	693	288	51	10
10000	46200	30000	14000	6932	2880	513	100

Se puede observar que si se supone un gran número de años, el 5% de los intervalos reales de tiempo entre crecidas que tienen un período de retorno promedio de 100 años serán menores de 5 años y mayores que 300 años. Por lo tanto, habrá un 95% de probabilidad que la crecida que tiene un período de retorno promedio de 100 años, no ocurra dentro de los próximos 5 años.

Otra manera de expresar estos hechos y su relación con la vida económica útil de una obra hidráulica es por medio de la tabla siguiente.

PERIODOS DE RETORNO (AÑOS) PARA DIFERENTES RIESGOS Y SEGUN LA VIDA UTIL DE UN PROYECTO

Riesgo previsible	Vida económica útil del proyecto (años)				
	1	10	25	50	100
0.01	100	910	2440	5260	9100
0.10	10	95	238	460	940
0.25	4	35	87	175	345
0.50	2	15	37	72	145
0.75	1.3	8	18	37	72
0.99	1.01	2.7	6	11	22

Por ejemplo existe un 25% de probabilidad que una crecida con un período de retorno promedio de 175 años, pueda ocurrir dentro de los próximos 50 años, es decir, si se quiere determinar con un 25% de riesgo la crecida de diseño para una obra que tiene una vida útil de 50 años, se deberá usar un período de retorno de por lo menos 175 años.