

ESTIMACION DE LA FUNCION DE PRODUCCION AGRICOLA EN LA ZONA DEL MAULE-NORTE *



RAUL YVER y MARIO CORBO
Universidad Católica de Chile

INTRODUCCION

Este trabajo fue realizado a petición del "Programa Chile - California". Su objetivo es intentar una estimación de los coeficientes de la función de producción agrícola en la zona del Maule-Norte. Para tal fin se utilizó la información contenida en las 109 Encuestas de Administración Rural, hechas por el Departamento de Economía Agraria del Ministerio de Agricultura, en febrero de 1964, en la Zona del Maule Norte.

La estimación de las funciones de producción permite conocer las productividades marginales de los insumos, las que, comparadas con los precios de éstos, permiten calcular el grado de eficiencia económica de la producción. El conocimiento de las productividades marginales relativas de los distintos insumos agrícolas tiene gran importancia para guiar las políticas de inversión y reestructuración de la Agricultura en forma económicamente eficiente. La estimación de las funciones de producción permite detectar la presencia de retornos a esca-

las crecientes o decrecientes y, también, bajo ciertos supuestos fácilmente comprobables, medir la participación de los factores en el producto total.

Tal como se verá más adelante, el análisis empírico de la función de producción agrícola en la Zona del Maule Norte, muestra, sujeto a las limitaciones que se expondrán, los siguientes resultados principales: 1) Existe un fuerte desequilibrio en la utilización de los factores Trabajo y Capital. Ambos factores están empleándose en cantidades inferiores a las óptimas, dada la dotación de otros factores. En el caso del Trabajo, la productividad marginal de E° 1, gastado bajo este rubro es igual a E° 2 y, en cuanto a Capital, la tasa de retorno alcanza a 34%. El factor Tierra revela una productividad marginal de casi E° 200 por hectárea, a precios de enero de 1966, cifra inferior al arriendo anual promedio de una hectárea en la Zona.

2) El tamaño del predio (en hectáreas) no tiene ningún efecto sobre la producción por hectárea, una vez considerada, como se debe, la distinta capacidad de los suelos.

3) Dado que no todos los factores están recibiendo el valor de su producto marginal las elasticidades de producción no corresponden con las participaciones de los factores en el producto total.

* Toda la información básica de este estudio, proviene del Departamento de Economía Agraria del Ministerio de Agricultura a través de la gentileza de su Director, Sr. Gregorio Amunátegui W., y demás funcionarios de esa repartición.

A nuestro juicio al interpretar los resultados de este estudio debe tenerse en cuenta algunas de sus limitaciones.

En primer lugar para poder formular un juicio más riguroso sobre la eficiencia en el uso de los recursos en base a los valores de los productos marginales que implica la función de producción ajustada debería considerarse la producción y los precios que el agricultor espera obtener cuando siembra y no la producción obtenida y los precios recibidos al momento de la cosecha, ya que los primeros son los que el agricultor tiene en cuenta al planear su producción y decidir sobre el uso de los recursos.

En segundo lugar es deseable separar la explotación en distintos procesos —por ejemplo cultivos de trigo, de remolacha, etc.— y medir los insumos que efectivamente se han usado en cada proceso ya que la agregación de la producción y de los insumos tiene efectos sobre los parámetros estimados que son difíciles de precisar.

En tercer lugar la función de producción es parte de un sistema de ecuaciones simultáneas —en condiciones de competencia los demás resultan de la igualación entre los productos marginales y la relación precio del insumo / precio del producto de modo que la estimación debería hacerse empleando variables instrumentadas o algún otro método apropiado a dicha situación. Dada la calidad de los datos aquí empleados nos parece superfluo alguna técnica de estimación más refinada.

Finalmente, creemos que estudios de este tipo tienen utilidad para dos propósitos. El primero tiene que ver con las teorías del desarrollo económico que se construyen sobre el supuesto que el producto marginal del

trabajo es cero¹. Como esta es una interrogante empírica su respuesta debe encontrarse también en trabajos empíricos. El segundo propósito se refiere a la política agrícola. Si los agricultores están usando los recursos disponibles en forma eficiente el aumento de la producción no podrá ser más rápida que el aumento, usualmente lento, en las disponibilidades de éstos y cualquier aumento más rápido deberá buscarse en cambios en la función de producción provenientes de nuevos insumos —semillas mejoradas, por ejemplo— o disminución de costos de los existentes —disminución en los costos de producción de abonos por ejemplo— o de interacciones entre éstos— una variedad de semillas con mayor respuesta al uso de fertilizantes.

El estudio que sigue procede a un examen de la información básica y a la definición de variables, trata sobre algunos problemas de estimación, continúa con la descripción cuantitativa de las variables, presenta los resultados estadísticos y concluye con la interpretación económica de los resultados estadísticos.

II. LA INFORMACION BASICA Y LA DEFINICION DE LAS VARIABLES

La información básica de este estudio son observaciones sobre distintas variables generadas por un muestreo aleatorio en 109 predios agrícolas de la zona del Maule Norte. El propósito de este muestreo aleatorio fue obtener datos para un estudio de Administración Rural, y no propia-

¹ Este es el supuesto de Arthur Lewis en su artículo *Economic Development with unlimited supply of labour* *The Manchester School*, May 1954, reimpresso en *The Economics of Underdevelopment*, editado por A. N. Agarwala and S. P. Singh, Oxford, University Press.

mente para la estimación de funciones de producción por métodos estadísticos. Así, las variables medidas y su forma no corresponden, necesariamente, a las que se requerirían idealmente en un estudio de funciones de producción. Pero, este trabajo trata de utilizar la información existente adecuándola (dentro de lo posible) para la estimación de funciones de producción.

Para el propósito señalado se escogió la siguiente información por fundo:

- 1) Valor de la producción (entrada bruta).
- 2) Hectáreas de riego.
- 3) Hectáreas de secano.
- 4) Hectáreas aprovechables.
- 5) Gasto en mano de obra.
- 6) Capital en maquinarias.
- 7) Capital en ganado bovino.
- 8) Capital en otros animales.
- 9) Gastos en agua de riego.
- 10) Gasto en insecticidas, abonos, fungicidas.
- 11) Tipo de suelo según la clasificación del Proyecto Aerofotogramétrico.

Una función de producción es una función que relaciona flujos de cantidades producidas con flujos de cantidades de factores de producción, ambos por unidad de tiempo. Como se ve, de los rubros 1 a 11, solamente el tamaño del predio en hectáreas aparece como una medida física. Todas las demás variables, incluyendo producción, están referidas a escudados. La introducción de valores en la función de producción en vez de cantidades físicas, no entrega estimaciones muy desviadas de los coeficientes, a no ser que las diferencias

de precios de productos e insumos entre los fundos sean apreciables. Estas diferencias de precios son pequeñas para el caso de los productos, pero podrían ser grandes si se tratara de los factores relativos a fundos en zonas geográficas más distantes entre sí. Como en este caso la información proviene de una sola zona, no hay razón para esperar fuertes diferencias en el precio de los factores, ni menos en los productos (*).

En todo caso, tratándose de funciones de producción de predios que producen productos múltiples, la utilización de los precios para el cálculo de la producción agregada es de una necesidad ineludible.

El insumo para el cual pueden presentarse fuertes diferencias de precios es la tierra agrícola. Las diferencias de precio por hectárea reflejan diferencias en calidad del suelo y ubicación (cercanía a caminos principales o a centros urbanos). Recurrir a la utilización de hectáreas como medida de tierra elimina el problema de ubicación, pero no así el de diversas calidades: Cien hectáreas de Clase I son distintas a cien hectáreas de tierra de Clase III. Si se cuenta con algún medio para considerar las diferentes calidades de suelo, entonces puede utilizarse la superficie en hectáreas como una medida apropiada de tamaño. Este es el criterio seguido en este estudio, utilizándose variables ficticias o dicotómicas ("dummy") para las calidades de suelos en el análisis de regresión.

Un problema adicional que presenta la variable tierra (que surge de la incorrecta medición de la variable "agua de riego") es la separación de las hectáreas totales de un fundo en hectáreas de riego y secano. Aún su-

(*) El precio (o la disponibilidad) del capital podría ser la excepción.

poniendo que las primeras tengan todas la misma dotación de agua, subsiste el problema de sumar hectáreas de riego y secano para llegar a una medida de tamaño total. En este estudio se ha utilizado la equivalente:

1 hectárea de secano = 0,475 hectárea de riego.

La cifra 0,475 es la razón media de precios de hectáreas de secano a precios de hectáreas de riego para las principales clases de suelos de la zona, obtenida de los nuevos avalúos agrícolas de Impuestos Internos. Esta agregación de tierra de riego y de secano será correcta sólo si los avalúos relativos de Impuestos Internos son a su vez correctos, es decir, si captan las diferencias en el poder generador de ingresos de los distintos tipos de tierra. La forma más adecuada de medir el factor "tierra", si el mercado de éstas funciona bien, es a través del valor de arriendo de la tierra. Esta alternativa no se presentó en el caso de este estudio. La medida apropiada de tierra para el propósito de estimación es, no el total de hectáreas, sino el total aprovechable. A fin de tomar en cuenta la diferencia entre aprovechable y total, así como entre riego y secano, se procedió de la siguiente manera:

Sean

Hr = hectáreas de riego

Hs = hectáreas de secano

Ha = hectáreas aprovechables.

Ht = Hr + Hs = hectáreas totales.

Luego hágase.

$$A = \frac{Ha}{Ht}$$

Redefínase

Hr * = Hr (A)

Hs * = Hs (A)

y luego la variable tierra será

Tierra = Hr * + 0,475 Hs *.

La variable mano de obra representa no la cantidad de hombres por año, sino el gasto total en salarios y el valor de las regalías por fundo. Nuevamente, si los salarios pagados por la misma calidad de mano de obra son distintos de un fundo a otro, el coeficiente de la mano de obra en la función de producción tendrá desviación.

En general, la utilización de unidades de valor en vez de cantidades para un insumo desviará hacia abajo el coeficiente del insumo si es que la elasticidad de la demanda derivada por el insumo excede la unidad, como sucede con las funciones de demanda derivadas de funciones de producción del tipo Cobb-Douglas¹.

La variable "capital" empleada en este estudio corresponde a la suma del valor de la existencia media anual de ganado vacuno, de otros ganados, y de las maquinarias. Tal como se definió anteriormente, la función de producción es una relación entre flujos de producto y de insumos. La medida aprovechable sería entonces el valor de los servicios del stock de capital; no el stock mismo. La utilización del stock de capital en vez de su flujo de servicios, afecta apenas

1.— Es posible que la demanda derivada de una función tipo Cobb-Douglas tenga elasticidad menor que la unidad si los ajustes a los cambios de precios no son instantáneos. En este caso la desviación en el coeficiente de la función de producción será hacia arriba (Véase Griliches, Zvi, "Estimates of the aggregate agricultural production function from cross sectional data", *Journal of Farm Economics*, Vol. 45, Nº 2, pág. 420, n. 3).

los resultados del análisis de regresión, a no ser que la intensidad de uso sea distinta de un fundo a otro.

Los gastos de agua de riego, abonos, insecticidas y fungicidas fueron agrupados en una sola variable, que podría denominarse "gastos corrientes". Esta variable representa, tal como en el caso de la mano de obra, un flujo por período de tiempo, y se presta luego sin problema al análisis de las funciones de producción. Es de lamentar, sin embargo, que el agua de riego haya sido medida en términos de gasto en escudos en vez de serlo por ejemplo, en litros por unidad de tiempo. Dada la gran variedad de derechos de agua de riego vigentes, no existe una relación estable entre pagos por derechos de agua y volumen físico de la misma.

El problema de las diversas calidades de suelo es común a todos los estudios donde se mide la tierra en unidades físicas, en vez del valor de los servicios por unidad de tiempo. Creemos en este estudio haber enfocado el problema de las calidades de suelos en forma exitosa. La información básica de la encuesta de administración rural señalaba para cada predio el tipo de suelo predominante según la clasificación del Proyecto Aerofotogramétrico. En el área encuestada se presentaron las siguientes clases: A, B, C, D, E y F (*). A fin de medir el efecto que tienen los distintos tipos relativos a un tipo, por ejemplo el tipo F, se crearon cinco variables dicotómicas, una para cada una de las Clases A a E. Como se verá más adelante, los coeficientes de estas cinco variables, con excep-

ción del correspondiente al tipo de suelo D son significativamente distintas de cero.

De lo anterior se desprende que la información de los diez rubros iniciales se redujo a cinco variables que se definen como:

Y = entrada bruta por fundo.

X_1 = gasto en mano de obra por fundo.

X_2 = stock de capital por fundo.

X_3 = gastos corrientes por fundo.

X_4 = tamaño en hectáreas por fundo.

Estas cinco variables fueron utilizadas conjuntamente con las cinco correspondientes a los seis tipos de suelos distintos en el análisis de regresión que aparece posteriormente.

III. ALGUNOS PROBLEMAS DE ESTIMACIÓN

Además de los problemas de estimación debidos a que los insumos aparecen en forma de valor en vez de cantidades físicas, y a que la tierra y el capital aparecen como stock y no como flujo, existen otros problemas que todo estudio debe encarar. En cualquier estudio deben tomarse decisiones sobre los siguientes puntos:²

- 1) La forma algebraica de la función de producción.
- 2) La elección de las variables que se incluirán y forma de hacerlo.
- 3) La elección de la técnica de estimación.

Estos tres problemas son simples de resolver y por lo general 2) y 3) están determinados por la disponibilidad de información. La decisión so-

(*) Las equivalencias de las categorías de suelos son: A = I, B = II, C = III, D = IV a VI, E = Mixtos arables y F = Mixtos arables y no arables.

2.- Véase Griliches, opus, cit.

bre la forma algebraica de la función se basa en la simplicidad de estimación, facilidad de interpretación de los resultados y éxito de las distintas formulaciones en estudios anteriores. Un problema mucho más grave es el siguiente: ¿Es posible estimar una función de producción con información de una muestra obtenida en un momento en el tiempo?

Es claro que si todas las firmas tuviesen idéntica función de producción, encarasen los mismos precios y trataran de obtener el máximo de utilidades, todas estarían en el mismo punto de la función de producción, y en consecuencia, ésta no podría ser estimada estadísticamente. Entonces se observa que la posibilidad de estimación descansa ya en la existencia de diferencias de precios entre firmas, ya en diferencias de funciones de producción, ya en que las firmas no tratan de hacer las máximas utilidades, o por fin en una combinación de estas tres causales.

Si la información proviene de fondos muy separados geográficamente, es posible que las firmas encaren precios muy distintos, especialmente de insumos como de mano de obra, y así es factible estimar el efecto de un cambio en los insumos sobre el producto. Cuando la información emana de una zona determinada, las diferencias en precios son menores y se hace más difícil explicar por qué no todas las firmas se ajustan al mismo punto. Una posible explicación es que no todas ellas poseen idéntica función de producción; en cuyo caso, si se trata de estimar una función para todas las firmas, se logrará un híbrido, cada uno de cuyos puntos corresponderá a un punto en una función de producción distinta. Otra posible explicación (y es la más fácil de dar, dado que es difícil comprobarla) es que no todas las firmas llevan al máximo las utilidades, con lo cual no todas están en un

mismo punto de la función de producción. Desgraciadamente, en el caso de este estudio, no puede plantearse un modelo completo de decisiones de producción, pues se desconoce el grado de diferencias de precios de productos e insumos entre las firmas y, además, es improbable que las condiciones de maximización se cumplan "a posteriori" debido al elemento aleatorio "clima", el cual hace variar el nivel de producción dentro de una zona, aunque la dotación de insumos fuera idéntica. Con la información disponible es imposible entonces determinar a qué se debe que no todas las firmas estén operando en un mismo punto³.

Para este estudio se ha escogido una función exponencial tipo Cobb-Douglas como la forma algebraica para estimar la función de producción. A fin de establecer la importancia del tamaño en la producción, no se restringió la suma de los exponentes a la unidad. Una función de este tipo es lineal en los logaritmos de las variables y se presta fácilmente para la interpretación económica de los resultados. Las variables que se incluyen se determinan por su disponibilidad, y todas ingresaron a la función en forma logarítmica, con excepción de las variables ficticias. La técnica de estimación utilizada para determinar los coeficientes de la función de producción, fue de regresión múltiple por mínimos cuadrados simples. El empleo de mínimos cuadrados simples puede producir estimaciones desviadas de los coeficientes, ya que algunas de las variables de insumos pueden estar determinadas junto con el producto y luego no ser independientes del error de la ecuación.

3.— Una posible explicación, dada la estructura del mercado de capitales en Chile, es que las firmas encaren precios del capital muy distintos. Si existen diferencias de precios en un insumo importante, es posible entonces hacer una estimación genuina de una función de producción.

ción. En el caso de una muestra dentro de un área restringida, el término error de una ecuación será sólo en pequeña parte el resultado del efecto aleatorio del clima sobre el producto, y será en gran parte el resultado del error de especificación de la función de producción. Tal, se cree, puede ser el caso de esta muestra. Como no se han medido todos los factores que determinan el nivel de producto por haberse omitido enteramente el factor manejo del fundo, no es posible sostener que la función de producción esté bien especificada. El punto importante es, entonces, qué efecto tendrá sobre los coeficientes estimados por regresión múltiple la omisión de la variable manejo. Dicho efecto dependerá de la correlación que tenga la variable omitida "manejo" con cada una de las variables independientes incluidas en la ecuación. Parece muy probable que la variable manejo esté correlacionada positivamente con la variable capital y que parte del efecto medido del capital sobre el producto se deba al insumo manejo. Las estimaciones de los coeficientes por mínimos cuadrados

simples, tendrán entonces un sesgo, cuya dirección dependerá del tipo de asociación entre las variables omitidas y las incluidas. La omisión de la variable manejo, que está correlacionada con el producto y con algunas de las variables de insumos, puede asimismo ser una explicación del por qué las firmas están en distintos puntos de la función de producción.

IV. DESCRIPCION CUANTITATIVA DE LAS VARIABLES

Las 109 encuestas originales quedaron reducidas a 93, una vez eliminadas las que presentaban vacíos en algunas de las variables cruciales. Se eliminaron así todas las que declaraban valor cero para las siguientes variables: tierra, mano de obra, capital, gastos corrientes y producción. Estas cinco categorías corresponden a las diez variables iniciales refundidas, según se explicó en la sección II. Los valores medios de las diez variables originales aparecen en el Cuadro N° 1, en escudos de febrero de 1964.

CUADRO N° 1

VALORES MEDIOS POR FUNDO DE LAS VARIABLES ORIGINALES: 93 PREDIOS DE LA ZONA MAULE NORTE		
Variable	Valor medio	Símbolo
Producción	E° 138.780 20	Y ₁
Hectáreas riego	282.50	Y ₂
Hectáreas secoano	117.10	Y ₃
Hectáreas aprovechables	373.70	Y ₄
Mano de obra	E° 29.798.60	Y ₅
Stock bovinos	36.513.90	Y ₆
Stock otros animales	7.797.70	Y ₇
Stock maquinarias	36.401.50	Y ₈
Gasto en agua de riego	639.60	Y ₉
Gasto en abonos, etc.	8.246.60	Y ₁₀

De los 93 fundos que fueron clasificados para el análisis de regresión, había los siguientes por tipo de suelo:

<i>Clase de suelo</i>	<i>Nº de Fondos</i>	<i>Símbolo</i>
I	16	Y_{11}
II	10	Y_{12}
III	19	Y_{13}
IV	21	Y_{14}
V	17	Y_{15}
VII	10	Y_{16}
	93	
TOTAL		

Con el objeto de determinar el efecto de cambios de cada una de las variables originales en el producto, se hizo un análisis de regresión múltiple de la producción Y_1 en las demás variables Y_2 a Y_{15} . Debe notarse que para medir el efecto de los tipos de suelos A a E en relación al F, se requieren sólo 5 variables ficticias, que toman va-

lor 1 ó 0 (Si se incluye además Y_{16} en el análisis de regresión, los coeficientes no podrían ser estimados por los programas usuales de regresión múltiple, pues la matriz de productos sería singular). Los resultados de este análisis de regresión aparecen en el Cuadro N° 2.

CUADRO N° 2

COEFICIENTES DE REGRESION Y SUS ERRORES STANDARD CALCULADOS (VARIABLES ORIGINALES NO TRANSFORMADAS)

<i>Variable</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Standard</i>
Y_2 (hectáreas riego)	72.35	101.1
Y_3 (hectáreas seco)	51.65	108.1
Y_4 (hectáreas aprovechables)	-34.28	106.6
Y_5 (mano de obra)	2.41	0.32
Y_6 (stock bovinos)	0.88	0.13
Y_7 (stock otros animales)	-1.83	0.86
Y_8 (stock maquinarias)	1.20	0.25
Y_9 (gasto en agua de riego)	9.21	7.40
Y_{10} (gasto en abonos, etc.)	-0.94	0.65
Y_{11} (tipo de suelo I)	-10.373.9	26857
Y_{12} (tipo de suelo II)	69.965.5	24927
Y_{13} (tipo de suelo III)	-20.967.0	22080
Y_{14} (tipo de suelo IV)	-33.035.7	23077
Y_{15} (tipo de suelo V)	27.011.8	22122

$$R^2 = 0.9230$$

Las cifras del Cuadro N° 3 representan un buen ejemplo de los resultados desastrosos a que puede llegarse si se trata de hacer alguna estimación estadística de relaciones económicas sin antes definir de manera cuidadosa las variables que ingresarán al análisis de regresión y la forma en que lo harán. La enormidad de los errores standard en relación al tamaño de los coeficientes y los signos de algunos de éstos, muestra claramente la presencia de multicolinealidad en la ecuación estimada. El alto grado de asociación entre algunas de las variables independientes, y que vicia el método de estimación por mínimos cuadrados, apareció claramente al examinar la matriz de coeficientes de correlación.

A fin de eliminar el problema de multicolinealidad, se resolvió transformar las variables en la manera indicada en la Sección II de este trabajo y se decidió "deflactar" las variables así transformadas por la variable "tierra". De esta forma, la mano de obra, el capital y los gastos corrientes aparecen por hectárea.

El Cuadro N° 3 describe las variables transformadas, expresándolas en valores por hectárea compuesta.

CUADRO N° 3

VALORES MEDIOS POR HECTAREA EN
Eº DE FEBRERO DE 1964

Producción	462
Trabajo	106
Capital	301
Gastos corrientes	28
Tamaño en hectáreas	312

El concepto de hectárea utilizado en el Cuadro N° 3, y de aquí en adelante, corresponderá a la definición de Tierra que se dio en la Sección II.

V. LOS RESULTADOS ESTADISTICOS

Sea

- Y = producción
- X₁ = trabajo
- X₂ = capital
- X₃ = gastos corrientes
- X₄ = tamaño en hectáreas

La función que se escogió estimar fue la siguiente:

$$\frac{Y}{X_4} = b_0 \left(\frac{X_1}{X_4} \right)^{b_1} \left(\frac{X_2}{X_4} \right)^{b_2} \left(\frac{X_3}{X_4} \right)^{b_3} \cdot X_4^{b_4} \quad (1)$$

(para simplificar la presentación se han dejado fuera las variables ficticias X₅ a X₉).

Como se ve, la ecuación (1) es una modificación de la función de producción usual de tipo Cobb-Douglas. Difiere de la usual en que incluye la variable tamaño X₄ como uno de sus ar-

gumentos. Esta modificación permite estimar una función de producción en la cual todas las variables estén en razón de uno de los insumos, sin obligar a que la suma de los exponentes sea la unidad para la ecuación en las variables originales. Si se estima una función como la siguiente.

$$\frac{Y}{X_4} = b_0 \frac{(X_1)^{b_1}}{(X_4)} \frac{(X_2)^{b_2}}{(X_4)} \frac{(X_3)^{b_3}}{(X_4)} \quad (1')$$

y quiere pasarse de (1') a

$$Y = b_0 X_1^{b_1} X_2^{b_2} X_3^{b_3} X_4^{1-b_1-b_2-b_3} \quad (1'')$$

la suma de los exponentes en (1'') es necesariamente la unidad; es decir (1'') es forzosamente una función homogénea de grado uno. Si se trata de una función de producción resulta inevitable que la función aparezca caracterizada por retornos constantes a escala. Una de las interrogantes en cualquier estudio empíri-

co es justamente el grado de retornos a escala que caracteriza la producción. La inclusión del argumento "deflactor", como argumento adicional, permite contestar esta interrogante.

Si en la ecuación (1) se multiplican ambos lados por X_4 se tendrá

$$(2) \quad Y = b_0 X_1^{b_1} X_2^{b_2} X_3^{b_3} X_4^{b_4 + 1 - b_1 - b_2 - b_3}$$

y luego la suma de los coeficientes es $b_4 + 1$. Si $b_4 = 0$, los coeficientes sumarán 1 y hay retornos constantes a escala. Si $b_4 > 0$ hay retornos crecientes a escala y si $b_4 < 0$ hay retornos decrecientes. Notese que b_4 en la ecuación (1) es el coeficiente de la variable tamaño y que el coeficiente de la variable tierra como fac-

tor resulta de la ecuación (2) igual a $1 + b_4 - b_1 - b_2 - b_3$.

Luego, si se estima la ecuación (1) basta con examinar b_4 para determinar si el factor escala o tamaño es importante. El Cuadro N° 4 muestra los resultados de estimar la ecuación (1).

CUADRO N° 4

PRODUCCION DE 93 FUNDOS EN LA ZONA MAULE NORTE
(UNIDADES: PROMEDIOS POR HECTAREA)

Coefficientes de:

Constante (b_0)	X_1° (trabajo)	X_2° (capital)	X_3° (gastos ctes.)	X_4° (escala)	Suma de los exponentes	R^2
1.9416 (.4216)	.4534 (.0789)	.2086 (.0632)	.0576 (.0532)	.0513 (.0314)	.7196	.732

Los números entre paréntesis son los errores standard calculados de los coeficientes.

X_1° = logaritmo de trabajo por hectárea.

X_2° = logaritmo de capital por hectárea.

X_3° = logaritmo de gastos corrientes por hectárea.

X_4° = logaritmo de tamaño en hectáreas.

X_5 a X_9 = variables ficticias.

Debe tenerse presente que la ecuación (1) fue estimada con cinco variables adicionales a las que aparecen en el Cuadro N° 4 y que el coeficiente de determinación que allí aparece corresponde al total de variables. Los coeficientes de las cinco

variables ficticias se encuentran en el Cuadro N° 5. La inclusión de las cinco variables ficticias correspondientes a las seis calidades de suelos aumentan el coeficiente de determinación en 32%, de .556 a .732.

CUADRO N° 5

PRODUCCION DE 93 FUNDOS EN LA ZONA DEL MAULE NORTE:

Coefficientes de:

X_5 (suelo A)	X_6 (suelo B)	X_7 (suelo C)	X_8 (suelo D)	X_9 (suelo E)
.5721 (.2166)	.8658 (.2169)	.3914 (.1927)	.1321 (.2096)	.6581 (.2056)

$X_5 = 1$ para tipo de suelo A, 0 para otros tipos
 $X_6 = 1$ para tipo de suelo B, 0 para otros tipos
 $X_7 = 1$ para tipo de suelo C, 0 para otros tipos
 $X_8 = 1$ para tipo de suelo D, 0 para otros tipos
 $X_9 = 1$ para tipo de suelo E, 0 para otros tipos

Las cifras entre paréntesis son los errores standard calculados.

Si se multiplica la ecuación (1) a los dos lados por X_4 (hectáreas) se obtiene la ecuación (2) anterior, cuyos coeficientes serían los que están en el Cuadro N° 6.

CUADRO N° 6

PRODUCCION DE 93 FUNDOS EN ZONA MAULE NORTE

(unidades: promedios por fundo)

Constante	X_1 (trabajo)	X_2 (capital)	X_3 (gastos ctes.)	X_4 (tierra)	Suma de los exponentes	R^2
1.9416 (.4216)	.4534 (.0789)	.2086 (.0632)	.0576 (.0532)	.3317	1.0513	.732

X_1 = logaritmo natural de trabajo por fundo.
 X_2 = logaritmo natural de capital por fundo.
 X_3 = logaritmo natural de gastos ctes. por fundo.
 X_4 = logaritmo natural de hectáreas por fundo.

Las cifras entre paréntesis son los errores standard calculados.

El examen de los Cuadro. 4 y 5 revela que los coeficientes de las variables trabajo, capital, clases de suelo I, II y V difieren de cero en for-

ma muy significativa, y no así, en cambio, los coeficientes de gastos corrientes, tamaño y tipo de suelo IV, tal como se ve a continuación:

<i>Coficiente de:</i>	<i>Nivel de significación:</i>
trabajo	más de 1 por mil
capital	casi 1 por mil
gastos ctes.	menos de 20%
tamaño	casi 10%
clase de suelo A	1%
clase de suelo B	más de 1 por mil
clase de suelo C	5%
clase de suelo D	menos de 50%
clase de suelo E	más de 5 por mil.

En vez de estimar la ecuación (1) (vale decir con todas las variables expresadas por hectárea) podría haberse estimado la ecuación (2) y haber obtenido un coeficiente de determinación (R^2) mucho más alto. Esta elevación de R^2 se hubiera logrado eso sí, a expensas del nivel de significación de los coeficientes de regresión, pues los errores standard calculados aumentan con la presencia de multicolinealidad en la ecuación estimada. Esta multicolinealidad se reduce al estimar la ecuación con las variables divididas por uno de los argumentos de la función.

El coeficiente de la variable denominada "gastos corrientes" no difiere significativamente de 0, debido probablemente al alto componente de error en la medición de esta variable. A diferencia de los gastos en mano de obra que se contabilizan en planilla en casi todos los fundos, son pocos los predios que llevan un registro de los gastos en abonos, semillas, pesticidas, etc.

VI. INTERPRETACION ECONOMICA DE LOS RESULTADOS ESTADISTICOS

A partir de las ecuaciones (1) o (2) pueden calcularse fácilmente los productos marginales de los factores empleados en la producción agrícola de la Zona del Maule Norte. Como se sabe, para una función de producción exponencial del tipo

$$Y = b_0 X_1^{b_1} \dots X_n^{b_n}$$

el producto marginal del i ésimo factor viene dado por:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_i} = b_i \left(\frac{Y}{X_i} \right), i = 1, \dots, n$$

El producto del exponente por el producto medio del factor corresponde al producto marginal físico del factor si es que se mide Y en unidades físicas, o al valor del producto marginal del factor si es que Y repre-

senta valor de la producción. El cuadro Nº 7 resume la información necesaria para calcular las productividades marginales. En la interpretación del Cuadro Nº 7 debe considerarse la definición de las variables dada anterior-

mente. Las variables trabajo y gastos corrientes representan flujos de escudos por año y, luego, tanto el producto medio como las productividades marginales, están medidas en escudos por escudo gastado.

CUADRO Nº 7

ELASTICIDADES DE PRODUCCION, PRODUCTOS MEDIOS Y PRODUCTIVIDADES MARGINALES DE LOS INSUMOS EMPLEADOS EN LA AGRICULTURA DE LA ZONA DEL MAULE NORTE (MUESTRA DE 93 FUNDOS)			
	Elasticidad de Producción	Productos Medios (E°)	Productividades Marginales
Trabajo	.4534	4.465	2.024 (E° por E°)
Capital (stock)	.2086	1.642	0.342 (E° por E° de stock)
Gastos ctes.	.0576	22.477	1.295 (E° por E°)
Tierra	.3317	363.0	120.41 * (E° por Hectárea)
Suma de Elast.	1.0513		* aproximadamente E° 200 a precios de febrero de 1966.

Nota: La ecuación (1) estimada es lineal en los logaritmos de las variables, y así los valores medios utilizados para calcular los productos medios, son las *medias geométricas* de las variables por hectárea. A saber: producción E° 363; trabajo E° 81.3; capital E° 221; gastos corrientes E° 16.15; tamaño 123.5 hectáreas.

En cambio, la variable "capital" representa el "stock" de capital, y la variable tierra corresponde a hectáreas, de esta manera los productos medios y marginales están medidos en escudos por escudo de stock de capital, y por hectárea de tierra, respectivamente.

Antes de extraer conclusiones de los valores que aparecen en el Cuadro Nº 7 deben estimarse los errores standard de las productividades marginales. Como se estableció anteriormente, si Y representa el valor de la producción,

la productividad marginal del factor i viene dada por:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_i} = b_i \left(\frac{Y}{X_i} \right) = P. M.$$

donde tanto Y como X_i se toman en sus medias geométricas. El cálculo de la varianza de la productividad marginal se simplifica si se considera a la razón Y/X_i como en constante y se supone que solamente b_i tiene una distribución muestral, pues en ese caso

$$\text{varianza (P. M.)} = \left(\frac{Y}{X_i} \right)^2 \cdot \text{varianza } (b_i)$$

El error standard (E. S.) de la productividad marginal será igual a la raíz

cuadrada de la varianza:

$$(E. S.) = \left(\frac{Y}{X_i} \right) \cdot E. S. (b_i)$$

y el E. S. se obtiene de los ya conocidos errores standard de los coeficientes de regresión y los productos medios geo-

métricos, tal como aparecen en el Cuadro N° 8.

CUADRO N° 8

ESTIMACION DE LOS ERRORES STANDARD DE LAS PRODUCTIVIDADES MARGINALES				
Variable	Medias Geométricas	Productos medios (Y/X ₁)	Errores Standard de los b ₁	Errores Standard de las P. M.
Producto por H _a .	Eº 363.0	—	—	—
Trabajo por H _a .	Eº 81.3	4.465	0.079	0.353
Capital por H _a .	Eº 221.0	1.642	0.063	0.103
Gastos ctes. por H _a .	Eº 16.1	22.477	0.053	1.191

Nótese que no se ha pretendido calcular el error standard de la variable tierra como "factor" de producción. En el Cuadro N° 4 aparece el error standard del coeficiente de la variable tierra como "escala o tamaño" estimado sobre la base de la ecuación (1). El coeficiente de la variable tierra como "factor" obtenido de la ecuación (2), que resulta de la (1) por manipulación algebraica, es igual a $(b_4 + 1 - b_1 - b_2 - b_3)$. La varianza de esta expresión es compleja y no se ha pretendido calcularla.

Las conclusiones que emergen del Cuadro N° 7 son claras. Los valores de las productividades marginales del trabajo y del capital están muy por encima de los costos de oportunidad de ambos factores. En el caso del factor trabajo, la productividad marginal está expresada en Eº por Eº de flujo y la razón entre ésta y el costo de oportunidad es de 2.024:1. Al tratarse del factor capital, la productividad marginal está expresada en Eº por Eº de stock y resulta de Eº 0.34 por cada Eº

de capital, lo cual en términos convencionales equivale a una tasa de retorno de 34%. Si se asigna al capital un costo de oportunidad de 10% la razón entre la productividad marginal del capital y su costo de oportunidad, resulta de 3.4:1. En lo que atañe a los gastos corrientes, la razón entre productividad marginal y el costo de oportunidad es de 1.29:1.

Ahora bien, en una economía en equilibrio competitivo, la razón entre las productividades marginales de los factores y sus costos de oportunidad (precios), debe ser igual a la unidad. La pregunta que naturalmente surge entonces es si las productividades marginales estimadas difieren significativamente de aquéllas que, expresadas como razón de los costos de oportunidad, resultan en valores unitarios. La respuesta puede darse planteando el test "t-Student" utilizando los errores standard de las productividades marginales del cuadro N° 8. El test que se utilizará se formula:

$$t = \frac{\text{Prod. Marg. Factor} - \text{Costo Oport. Factor}}{\text{Error Standard de la Prod. Marg.}}$$

CUADRO N° 9

TESTS DE SIGNIFICANCIA PARA LA DIFERENCIA ENTRE LAS PRODUCTIVIDADES MARGINALES Y LOS COSTOS DE OPORTUNIDAD DE LOS FACTORES EMPLEADOS EN LA AGRICULTURA DEL MAULE NORTE

Factor	Productividad Marginal (E° por E°)	Costo Oportunidad (E° por E°)	Diferencia	t	Nivel de significancia para la diferencia
Trabajo	2.024	1.000	1.024	2.9	5 por mil
Capital	0.342	0.100	0.242	2.3	2.5 por ciento
Gastos ctes.	1.292	1.000	0.292	0.2	no difiere de 1
Tierra *	E° 200 por Há.	Valor de arriendo de 1 Há. por año.			

* En escudos de febrero de 1966. Por las razones expuestas anteriormente, no se ha calculado el error standard de la productividad de la tierra.

Con excepción de los gastos corrientes, las productividades marginales de los factores exceden los costos de oportunidad de los mismos. En el caso de la tierra, debe compararse la productividad marginal de E° 200 por hectárea por año con el valor de arriendo de una "hectárea compuesta" de la zona del Maule Norte. Debe notarse que no se ha cargado interés en el costo de oportunidad de un escudo gastado en mano de obra y gastos corrientes, dada la naturaleza de flujo de estos gastos.

A no ser que los costos de oportunidad sean realmente superiores a los utilizados en el Cuadro N° 9, parece existir una *franca subutilización de los factores trabajo y capital* en la agricultura de la zona del Maule Norte en relación a las cantidades óptimas que deberían emplearse. Los costos de oportunidad utilizados aquí exagerarían esta subutilización si por ejemplo, el capital rindiera más del 10% en usos alternativos y si por ejemplo el gasto de E° 1 en trabajo significara ciertos costos "escondidos" para el empleador que no han sido captados por la

variable "trabajo" utilizada en este estudio. Nada puede decirse acerca de la variable gastos corrientes, ya que la elasticidad de producción de este factor no difiere significativamente de cero en este estudio (ver Cuadros N.os 4 ó 6).

El alto valor del producto marginal del trabajo, en relación al costo marginal del mismo, indica que sería de interés para los agricultores dada la dotación de otros factores, un mayor empleo de trabajo que el que hasta aquí han hecho. El por qué no están empleando más trabajo es quizás una de las interrogantes de mayor interés que plantea el presente estudio.

La subutilización de capital puede deberse a factores tales como racionamiento de capital interno del fundo por razones de incertidumbre e ignorancia, o racionamiento externo al fundo debido a deficiencias del mercado de capital. Es posible por supuesto que la alta productividad marginal del capital estimada aquí, sea realmente reflejo de una falla estadística de estimación. Tal como se vio anteriormente, en este estudio no se midió el fac-

tor "manejo" o empresario. Es muy probable que la capacidad empresarial y el capital estén correlacionados positivamente, de modo que la omisión de la variable manejo de la ecuación estimada, eleve artificialmente el coeficiente del capital. Se estaría entonces sobreestimando la productividad marginal del capital.

La omisión de la variable "manejo", así como de cualquier otra, hace ambigua también la interpretación del grado de retornos a escala⁴ y, en consecuencia, las sumas de los coeficientes en las ecuaciones (1) y (2) pueden no indicar exactamente el grado de retornos a escala prevalecientes. Es importante destacar, sin embargo, que aunque la suma de los coeficientes puede no ser un buen indicador de la relación entre cambios en *todos* los insumos y cambios en el producto, el coeficiente de la variable X_4 (tamaño) de la ecuación (1) señala en forma no ambigua que *el tamaño del predio (en hectáreas) no afecta el monto de producción por hectárea*. El coeficiente de X_4 no difiere de cero a los niveles convencionales de significación, aunque la omisión de variables de la ecuación estimadora, presumiblemente tienda a elevar, en este caso, al coeficiente.

Teniendo en cuenta las limitaciones ya mencionadas, el Cuadro N° 4 indica, tal como se esperaba, que un aumento de 10% en todos los insumos *por hectárea*, aumentará, a su vez, el producto por hectárea en menos de 10%. En cambio, si no se fija la cantidad de tierra, un aumento de todos los insumos, *inclusive tierra*, de 10% elevará el *producto total* en la misma proporción. El primer caso corresponde a la situación normal de retornos decrecientes a escala cuando se deja fijo un factor y el segundo correspondería a una situación de retornos constantes

a escala cuando todos los factores (medidos) pueden variar.

La inclusión de variables ficticias para tomar en cuenta los distintos tipos de suelos, ayudó al poder explicativo de la ecuación y demostró, en consecuencia, que la variable "tierra" es bastante más compleja que la supuesta en la generalidad de los estudios donde simplemente se comparan rendimientos por hectárea entre fundos sin tomar en cuenta la calidad del suelo. Estas comparaciones se extienden a rendimientos por hectárea entre tamaños de distinta superficie, señalando que en algunos casos los rendimientos aumentan a medida que crece el predio, y en otros, que los rendimientos disminuyen con el tamaño. Si el factor suelo fuera de calidad idéntica no debiera esperarse que los rendimientos fuesen distintos, y si lo son, debiera descubrirse la causa del desequilibrio. En este estudio se han incluido variables ficticias para adecuar la comparación de suelos de distintas calidades; y al hacerlo resultó lo anticipado por la teoría: que, *ceteris paribus*, el tamaño no afecta a los rendimientos por hectárea.

Tal como lo muestra el Cuadro N° 6, los rendimientos por hectárea en los suelos de Clase A, B, C y E difieren significativamente de los rendimientos por hectárea de la Clase F, que fue utilizada como patrón de comparación. El suelo de Clase D, en cambio, no difiere de F en rendimientos por hectáreas. Si la clasificación de suelos es uniforme en toda la Zona, podría pensarse en utilizar los coeficientes de regresión del Cuadro N° 5 para transformar hectáreas de distintas clases de suelo en hectáreas de una sola clase. Para expresar todas las hectáreas en hectáreas de la Clase F, por ejemplo, podrían multiplicarse las de Clase A por 1.5721; las de Clase B por 1.8658; las de Clase C por 1.3914, las de Clase D por 1 (ya que no difiere de la F), las de Clase E por 1.6581 y las de Clase F por 1.

4.— Griliches, Zvi, "Specification bias in estimates of production functions", *Journal of Farm Economics*, Vol. 38, pp. 8-20.

