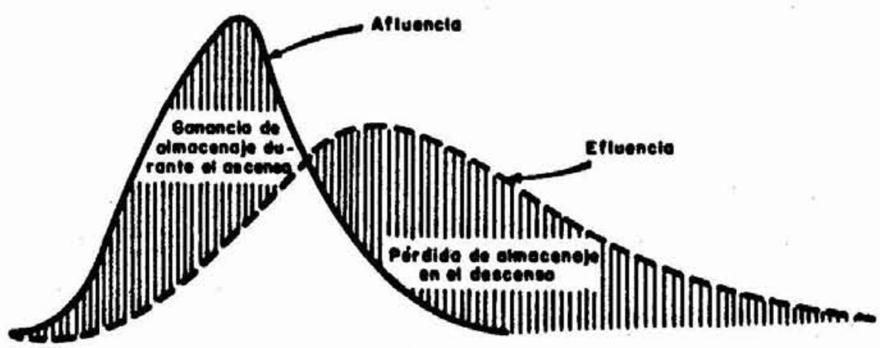
TEMA 11: TRANSITO DE CRECIDAS

A medida que aumenta el caudal en un cauce, aumenta también el nivel y con él el volumen de agua almacenada temporalmente en el cauce. Durante el descenso de la crecida disminuye el caudal y por lo tanto los niveles y el volumen de agua que se almacenara durante su ascenso. Como un resultado de este efecto de almacenamiento, la onda de la crecida aparece con su tiempo base alargado y con su cresta rebajada.



Este efecto atenúa o mitiga la crecida. El tránsito de las crecidas es un método usado en hidrología para calcular el efecto de almacenamiento del cauce en la forma y movimiento de una onda de crecida, calculando el hidrograma del caudal efluente a partir del hidrograma del caudal afluente.

El almacenamiento puede producirse en los cauces, en embalses y también en la superficie del terreno.

Un análisis teórico del movimiento de las ondas de crecida puede representarse mediante las siguientes ecuaciones:

$$u = v_1 \pm \sqrt{g \frac{A_2\bar{y}_2 - A_1\bar{y}_1}{A_1 \ (1 - A_1/A_2)}}$$

(Ver página 233- Hidrología Linsley - Kohler - Paulhus).

Estas ecuaciones han sido verificadas para secciones - transversales regulares, pero no pueden aplicarse a cauces no uniformes de sección compleja con pendiente y rugosidad variable, que es donde generalmente se llevan a cabo los estudios-hidrológicos. Por otra parte, las ondas de crecidas naturales son generadas por la afluencia lateral no uniforme a lo largo de todos los cauces del sistema de corrientes.

<u>La Ecuación de Almacenamiento</u>: Realizar el tránsito de una crecida consiste en resolver la ecuación de almacenamiento:

$$I - O = \frac{ds}{dt}$$

o, más convenientemente:

$$\underset{\substack{\text{caudal}\\ \text{entrante}}}{\bar{I}} - \underset{\substack{\text{caudal}\\ \text{saliente}}}{\bar{O}} = \frac{\Delta S}{t}$$

Para resolver esta ecuación se supone que la media de los caudales al principio y al fin de un corto período de tiempo t, es igual al caudal medio durante el período:

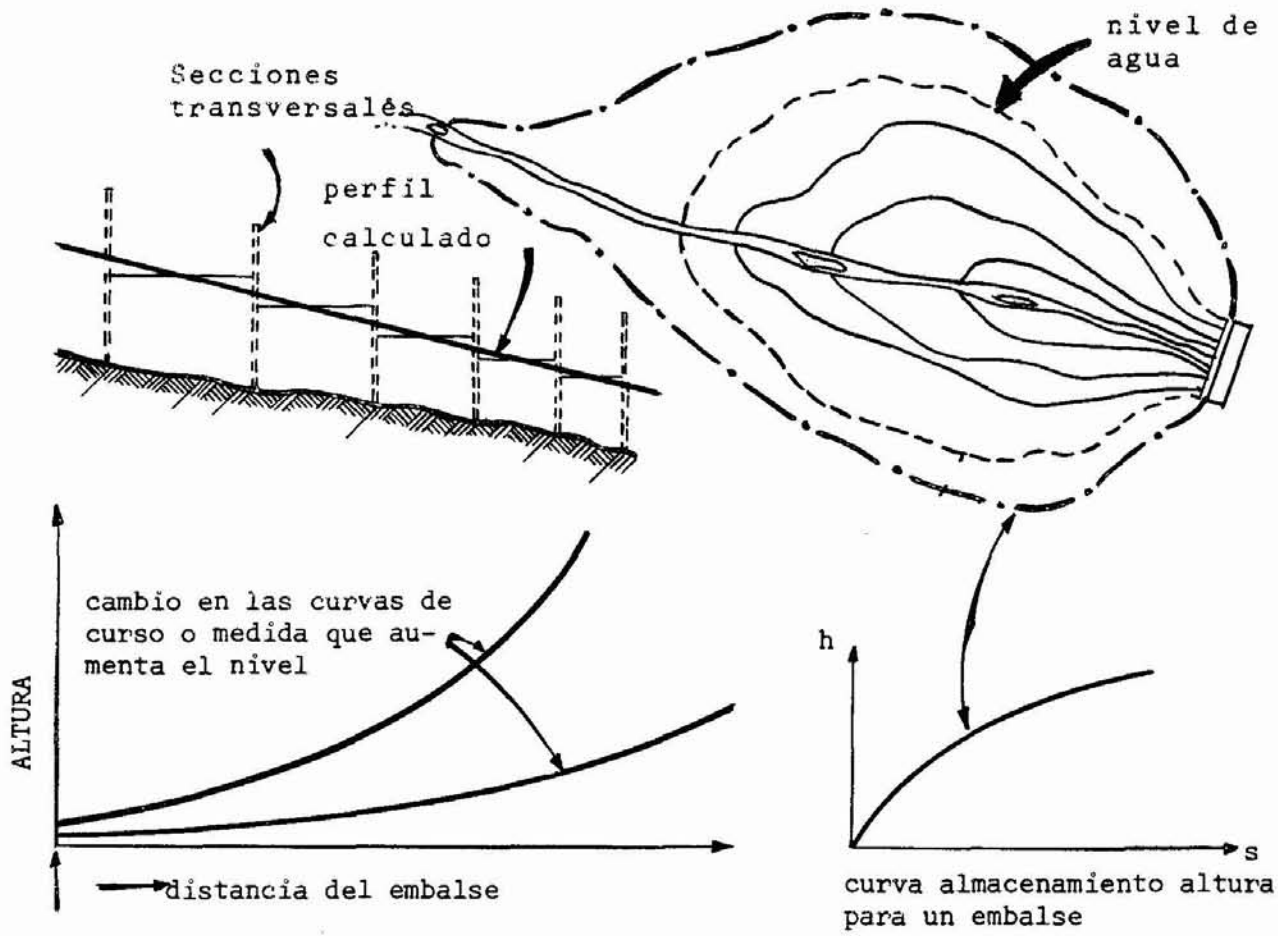
$$\boxed{\frac{I_1 + I_2}{2} t - \frac{O_1 + O_2}{2} t = S_2 - S_1}$$

En esta ecuación, en la que se basan la mayoría de los métodos, se conocen o se suponen conocidos I_1, I_2, O_1 y S_1, debiéndose estimar O_2 y S_2. Como hay dos incógnitas, se hace necesario conseguir una relación entre ellas para resolver el problema:

$$\boxed{O_2 = f(S_2)}$$

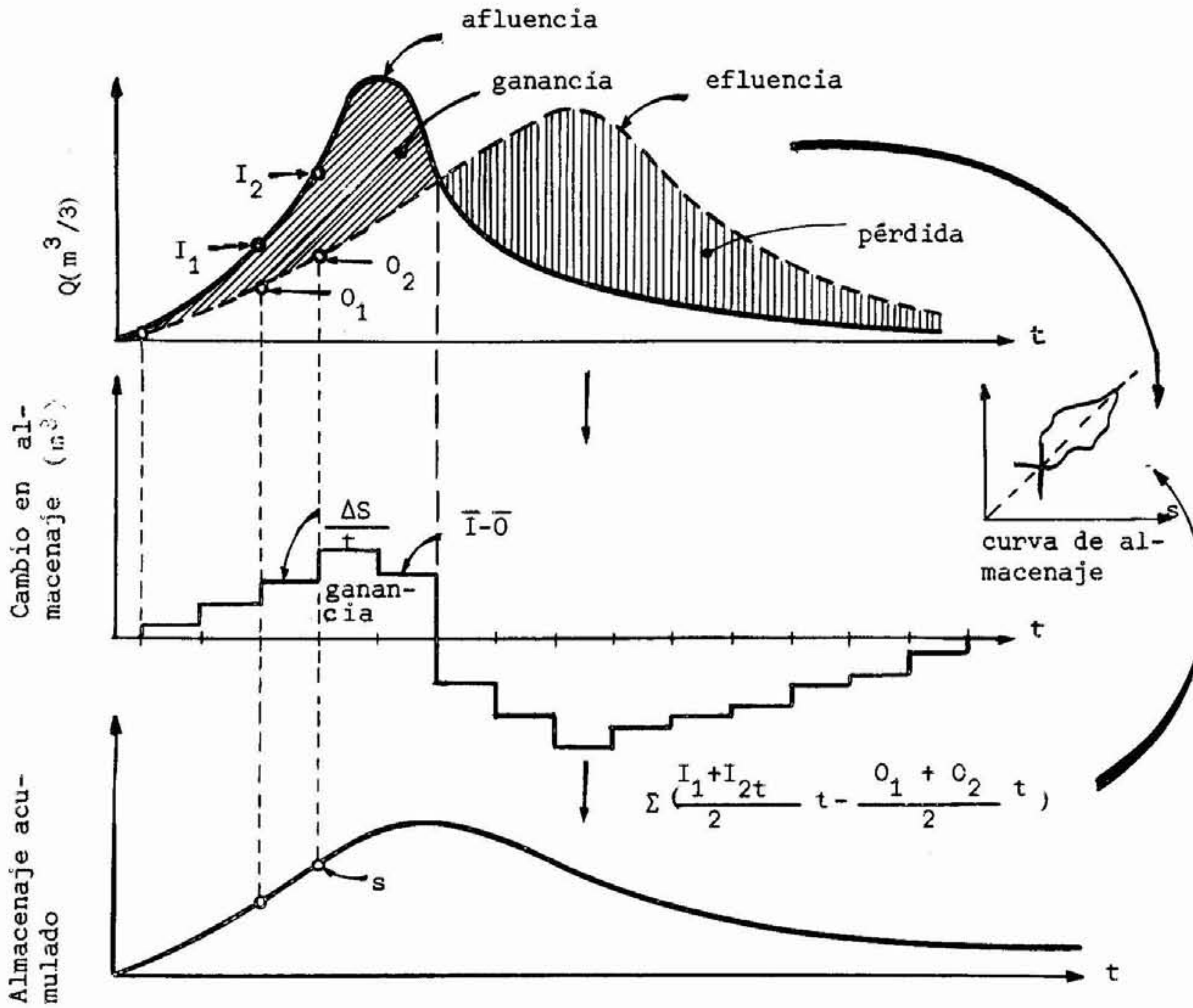
Al asumir que $\frac{I_1 + I_2}{2} = \bar{I}$ se supone que el hidrograma está constituído por una serie de rectas, por lo que la unidad de tiempo adoptada para la iteración debe ser suficientemente corta, esto es, nunca mayor que el período de recorrido a lo largo del tramo, de manera que la cresta de la crecida no aparezca totalmente distorsionada. Cuando el período se toma muy corto, se alarga el trabajo innecesariamente. Generalmente se toma como período de iteración la mitad o una tercera parte del período de recorrido.

Determinación del Almacenamiento: Para poder determinar la relación almacenamiento-caudal se hace necesario determinar primero los almacenamientos, lo que puede lograrse calculando el volumen de agua almacenada entre dos secciones rectas del canal. Este método es difícil y costoso y sólo se emplea cuando no queda otra alternativa, tal como sucede cuando se proyecta alterar el cauce, construir un dique,etc. Cuando el tránsito de la crecida se va a realizar por un embalse el cálculo del almacenamiento se hace planimetrando el área comprendida entre curvas de nivel sucesivas sobre un mapa topográfico. Multiplicando áreas medias entre curvas de nivel por el intervalo, se calculan los incrementos de almacenaje. Generalmente se supone la superficie de agua horizontal, sin embargo,para embalses de sección transversal pequeña, esto puede no ser cierto si las velocidades son grandes, por lo que debe calcularse la curva de remanso y proceder como en el método de almacenamiento en cauces naturales.



embalse

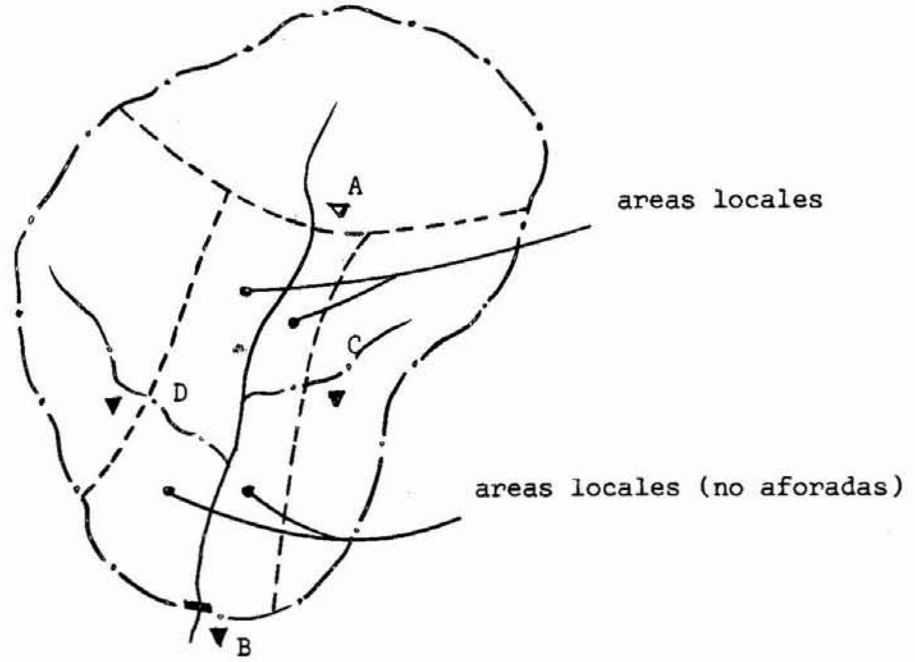
El método mas usado para calcular el almacenamiento en un tramo de cauce natural es emplear la ecuación del almacenamiento y deducir los almacenamientos a partir de los caudales observados. Cuando la afluencia supera la efuencia el cambio es positivo y viceversa. Como el tránsito de avenidas es sólo función de ΔS, no son necesarios los volumenes de almacenamiento absoluto, pudiendo elegirse un origen de almacenamiento arbitrario. De esta manera, el cambio de almacenamiento en cualquier momento es la suma algebraica de los cambios a partir del momento tomado como origen.



El cálculo ilustrado en la figura, puede llevarse a cabo analíticamente en la siguiente tabla:

Día	Hora	I_1	I_2	O_1	O_2	$\frac{I_1 + I_2}{2}$	$\frac{O_1 + O_2}{2}$	$\frac{\Delta S}{t} = \overline{I}-\overline{O}$	$S = \Sigma(\frac{\Delta S}{t} \times t)$

Este método es aplicable en el caso que no exista afuencia local. Cuando existe afluencia local, como en la mayoría de los casos prácticos, ésta debe incorporarse a los cálculos, constituyendo el problema más difícil del tránsito de crecidas. Cuando la mayor parte de la afluencia local penetra cerca de la cabecera del tramo, esta se suma a la afluencia del tramo para obtener la afluencia total. En caso de que la mayor parte de la afluencia ocurra en el extremo de aguas abajo, esta se resta de la efluencia para calcular el almacenamiento. En este caso, cuando se calcule la mitigación de una crecida se transita el hidrograma afluente y despúes al hidrograma efluente se le suma la afluencia local que ocurre aguas abajo. Entre estos dos extremos caben muchas posibilidades de combinar varios porcentajes de la afluencia local con la corriente principal antes de transitarla y añadir el resto a la afluencia despúes de transitada. Cuando la afluencia local es pequeña, cualquier tratamiento razonable y aplicado consistentemente puede dar buenos resultados, pero en el caso de que esta afluencia sea grande, debe considerarse la posibilidad de reducir el tramo.



El volumen total de la afluencia no aforada puede calcularse restando la efluencia medida de la afluencia medida durante un período que comience y termine aproximadamente - con el mismo caudal bajo, es decir para $\Delta S = 0$. Se supone - generalmente que la distribución en el tiempo de la afluencia local no aforada concuerda con los caudales observados- en un tributario pequeño de carácter y tamaño similares a las corrientes del área no medida. Con este procedimiento - se obtiene la afluencia local afectada de todos los errores de la medición de caudales y el valor resultante puede no ser razonable. Cuando la infiltración es grande, el valor calculado de la afuencia no medida puede ser negativo.

El proceso a seguir para este tipo de cálculo es el siguiente:

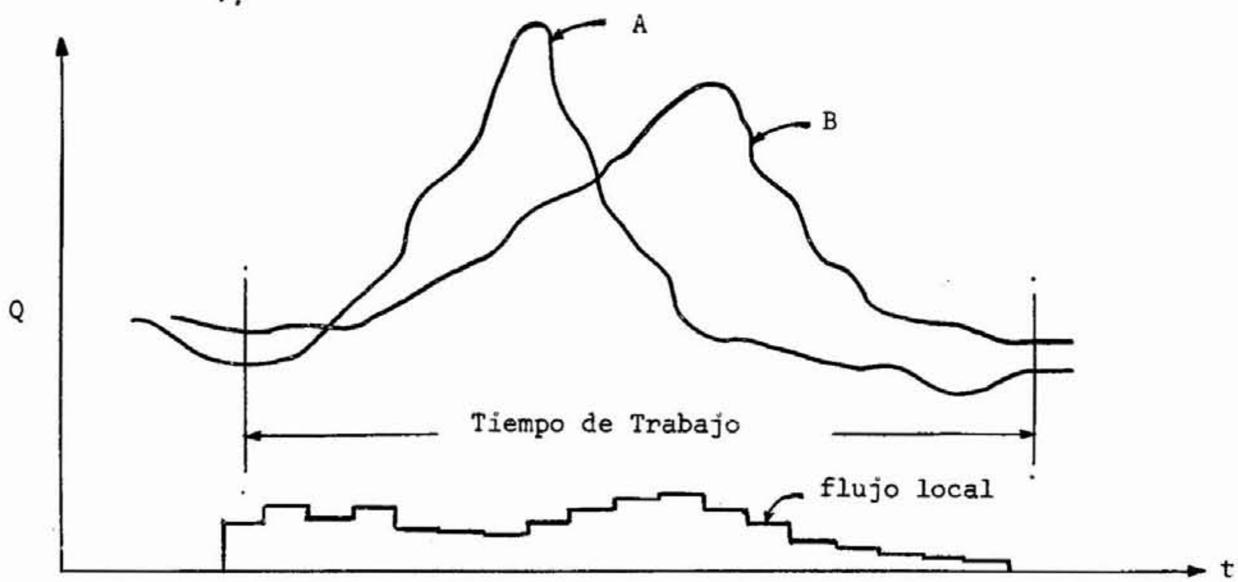
1. Dados los hidrogramas de las estaciones A y B , se toma un período de trabajo de tal manera que la descarga sea la misma al inicio y al fin del período.

2. Se toma un período de tránsito adecuado, y para- ese mismo período se tabulan las afluencias locales registradas.

3. La diferencia entre la afluencia total y la efluencia total representa el volumen total de afluencia no medida. Del mapa puede deducirse que las características de este flujo no medido, son las mismas que las del medido, y por lo tanto - puede construirse un hidrograma multiplicando - las descargas de las cuencas medidas por la relación entre volúmenes entre las no medidas y las medidas.

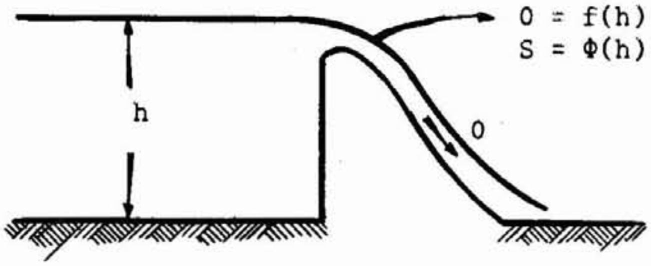
4. Los valores de ΔS se obtienen restando de las descargas de la estación B (distribuídas en el


E
D
C
F
A
B


A
B
Q
Tiempo de Trabajo
flujo local
t

tiempo como se observa en la Figura) la afluencia total.

Tránsito de Crecidas en un Embalse: En los embalses la descarga 0 es función de la altura de la superficie de agua, que es función del almacenamiento, siendo por lo tanto el caso más sencillo de tránsito.

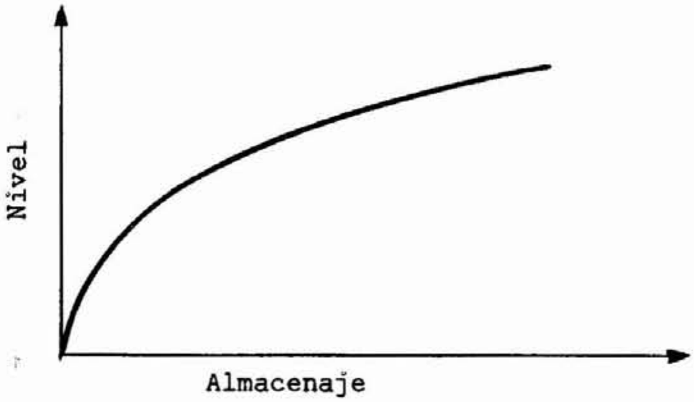


$$h = \Phi^{-1}(S)$$

$$0 = f\left[\Phi^{-1}(S)\right]$$

La función entre la descarga y el almacenaje depende de que el embalse tenga o no controles (aliviaderos, etc.)

Los datos conocidos para un embalse son la función nivel almacenamiento:



La ecuación de almacenamiento:

$$\frac{I_1 + I_2}{2} t - \frac{O_1 + O_2}{2} t = S_2 - S_1$$

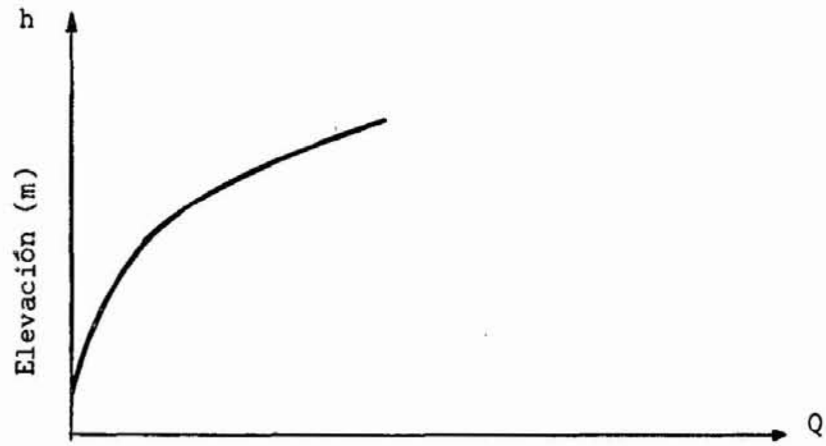
puede transformarse en:

$$I_1 + I_2 - O_1 - O_2 = \frac{2S_2}{t} - \frac{2S_1}{t}$$

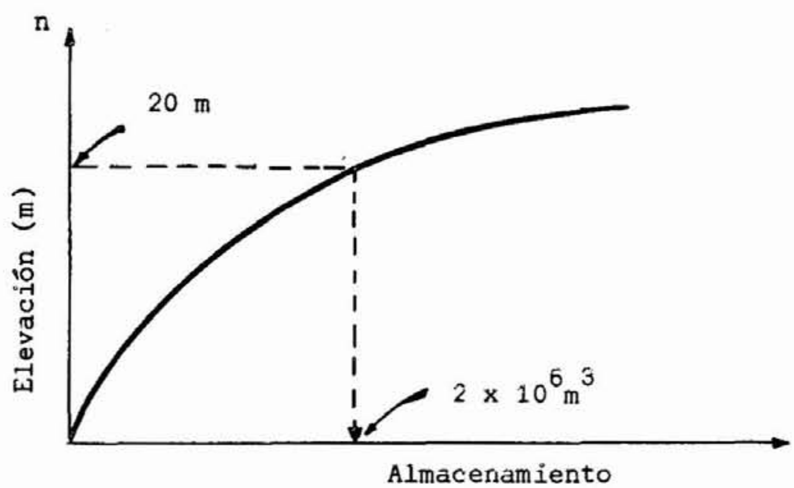
$$I_1 + I_2 + \left(\frac{2S_1}{t} - O_1\right) = \frac{2S_2}{t} + O_2$$

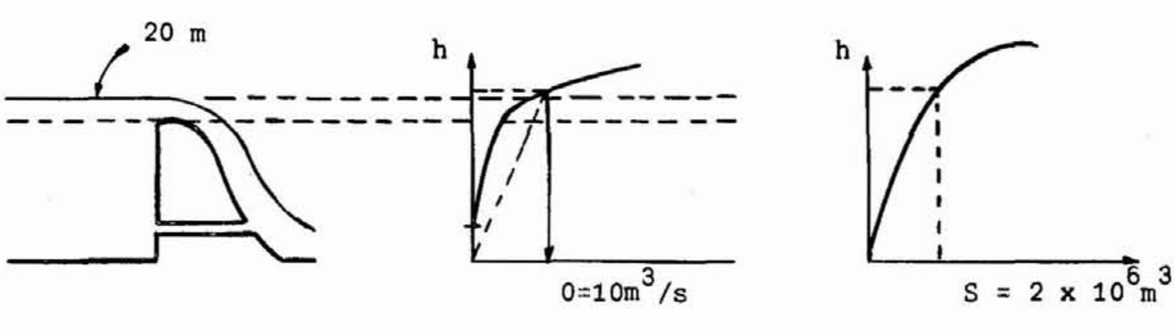
Si se tiene una relación de S vs.O, fácilmente se puede crear una relación de:

$(\frac{2S}{t} + O)$ vs.O, con lo que quedaría resulta la ecuación, ya que siendo todos los términos de la izquierda - conocidos, esta relación $(\frac{2S}{t} + O)$ vs.O permitiría la separación de los valores de S_2 y los valores de O_2.



Curva de caudales en función de la altura





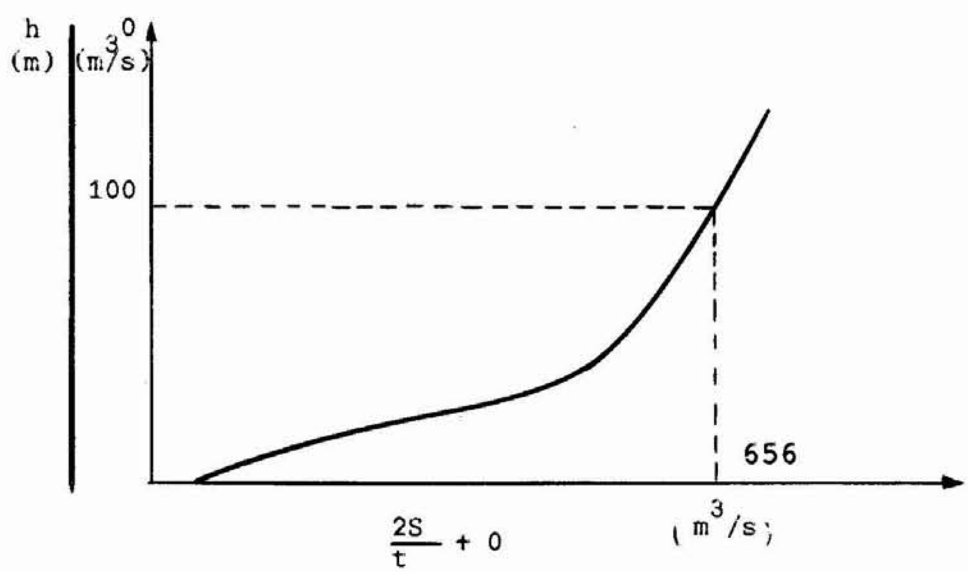
De las curvas anteriores, se deducen los valores de la curva ($\frac{2S}{t}$ + O) como sigue:

Suponga: h= 20m; O= 100 m^3/s; S= 2 x 10^6 m^3, y el tiempo de trabajo asúmalo de 2 horas

el valor de ($\frac{2S}{t}$ +) será:

$$\frac{2 \times 2 \times 10^6}{2 \times 3600} + 100 = 555,55 + 100 = 656 \ m^3/seg.$$

De esta manera se obtienen una serie de valores para la curva ($\frac{2S}{t}$ + O), hasta que quede perfectamente definida.



Los valores de O_2 se determinan de esta curva una vez que se han conocido los valores de $\frac{2S_2}{t} + O_2$ a partir del primer miembro de la ecuación de almacenaje; estos valores de O_2 se convierten en valores de O_1 para la próxima iteración. Con estos valores se llena una tabla como la que sigue, para determinar todos los valores de O que correspon- den al hidrograma de salida. El primer valor de O_1, antes- de comenzar el proceso iterativo, se asume de acuerdo a una altura del nivel del agua en el embalse. Los valores de $(\frac{2S}{t} - O)$ se calculan de $(\frac{2S}{t} + O) - 2 \times O$ (curvas).

Fecha	Hora	I (m^3/seg)	$(\frac{2S_1}{t} - O_1)$ m^3/seg	$(\frac{2S}{t} + O)$ m^3/seg	O (m^3 / seg)
1	12 m	(1)	(4)	(3)	(2)
	2am	(1)	(7)	(5)	(6)
	4am	(1)			
	6am	(1)			
		(1)			

(1) Datos disponibles al inicio de la iteración (hidrograma de entrada)

(2) Dato asumido al inicio de la iteración de acuerdo a la altura de agua en el embalse

(3) Se calcula directamente del gráfico de $(\frac{2S}{t} + O)$ vs. O con el valor de O dado en (2).

(4) El valor de $(\frac{2S}{t} - O)$ corresponde al valor de O dado en (2) y se le resta dos veces este mismo valor: es el valor de (3) menos dos veces el valor de (2).

(5) El valor (5) de $(\frac{2S}{t} + O)$ se calcula de la ecuación de almacenamiento, como sigue:

$$(1)_1 + (1)_2 + (4) = (5)$$

$$I_1 + I_2 + \frac{2S_1}{t} - O_1 = \frac{2S_2}{t} + O_2$$

(6) El valor (6) se calcula de la curva de valores

de $(\frac{2S}{t} + O)$ vs. O, entrando con el valor de $(\frac{2S}{t} + O)$ obtenido en (5).

(7) El valor (7) se obtiene del valor ($\frac{2S}{t}$ + O)- 2 x O (6). De esta manera se prosigue el cálculo hasta su terminación.

<u>Tránsito de Crecidas en un Embalse con Compuertas</u>

En este caso la ecuación de almacenamiento puede escribirse:

$$\frac{I_1 + I_2}{2} t - \frac{O_1 + O_2}{2} t - \frac{OR_1 + OR_2}{2} t = S_2 - S_1$$

$\frac{1}{OR}$ efluencia regulada por las compuertas

La cual para su solución puede escribirse como:

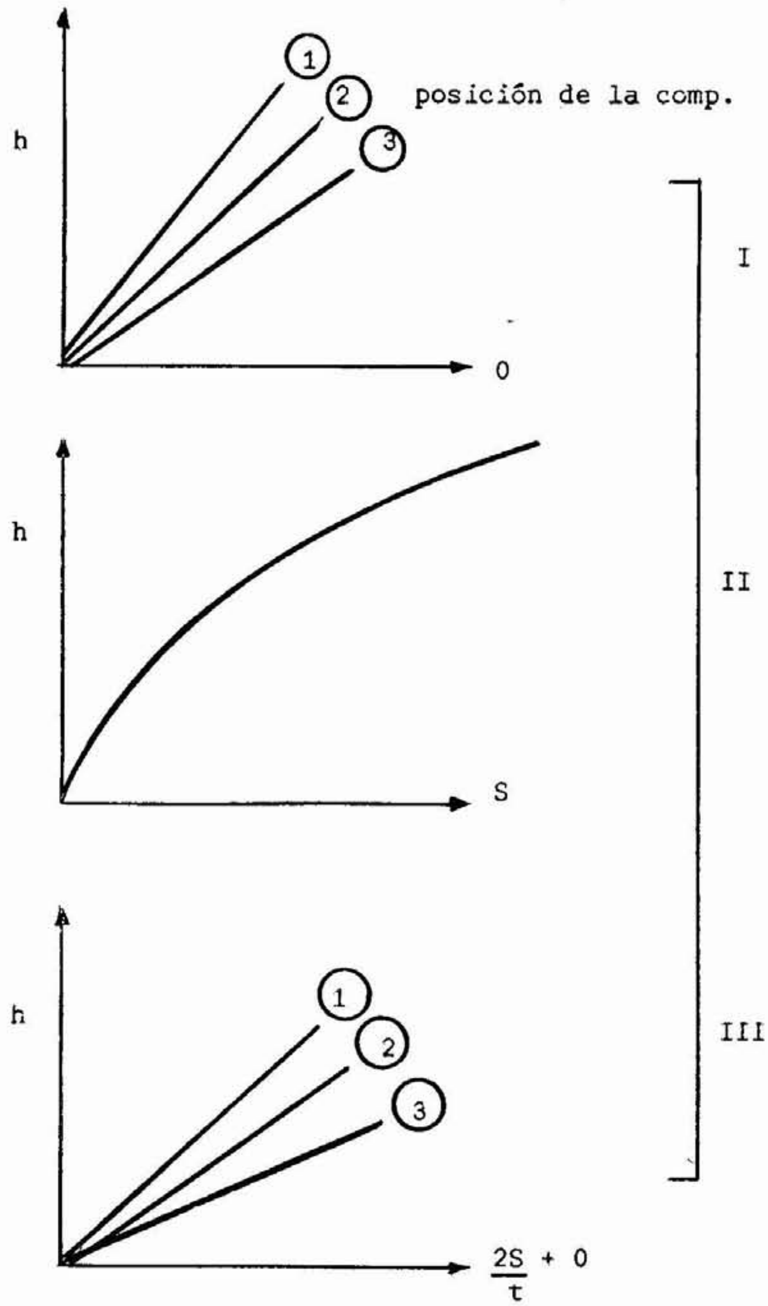
$$I_1 + I_2 - 2\,\overline{OR} + \left(\frac{2S_1}{t} - O_1 \right) = \left(\frac{2S_2}{t} + O_2 \right)$$

La solución a este problema, sería igual al anterior excepto por el término OR.

Si el término OR se incluye en las curvas de valores de ($\frac{2S_2}{t}$ + O) para diversas aperturas el problema sería idéntico al anterior.

Uniendo los diagramas I y III pueden obtenerse los valores de la curva

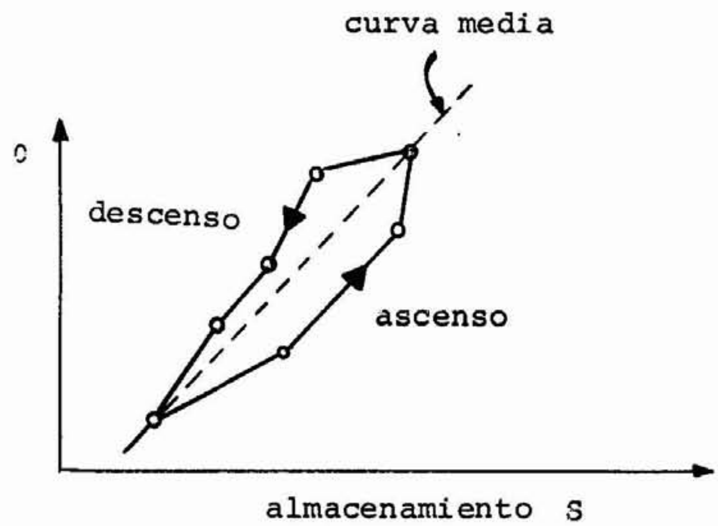
$$\left(\frac{2S}{t} + O \right) \text{ vs. } O$$



Valores de $(\frac{2S}{t} + O)$ vs. h

Estas curvas se usan en la iteración de la misma que antes, teniendo en cuenta la posición correcta de la compuerta.

La Función de Almacenamiento: Si se grafican los valores de caudal efluente contra almacenamiento para el caso de un canal, se obtiene un lazo con valores mayores de almacenamiento durante el ascenso que durante el descenso para un mismo caudal efluente



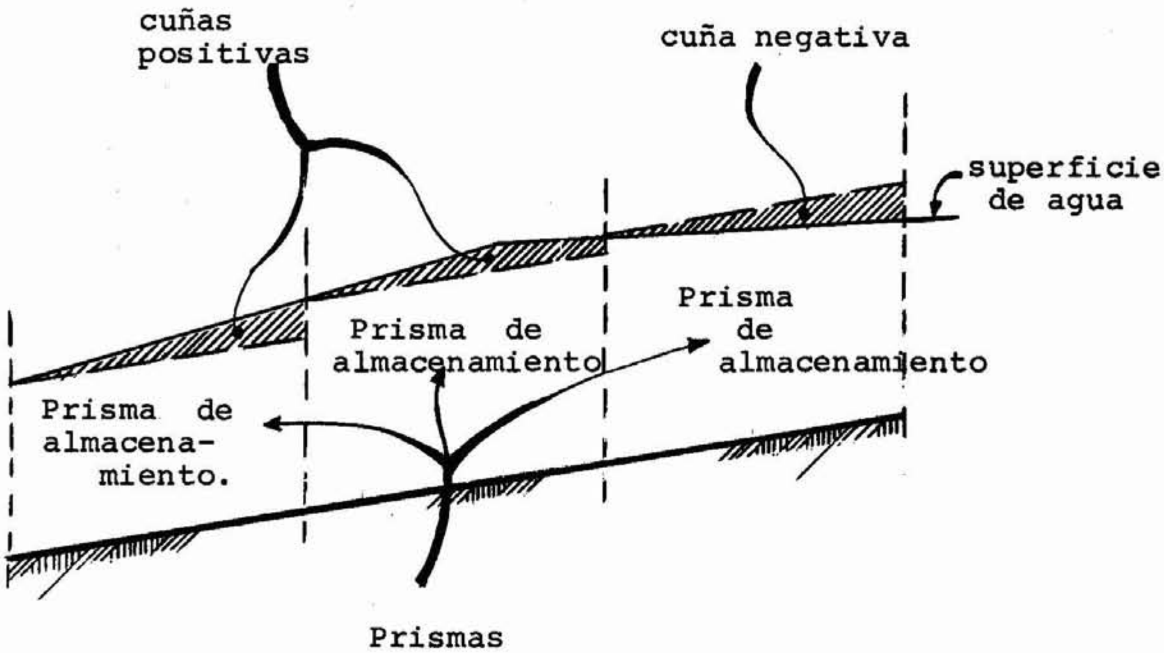
Durante el ascenso, para un mismo S, se presentan menores valores de O que durante el descenso.

Este fenómeno se produce por las siguientes causas: En un tramo de canal el almacenaje está dividido en dos partes:

(1) Prismas de almacenamiento

(2) Cuñas de almacenamiento

La descarga o caudal efluente es satisfactoria para medir el prisma de almacenamiento (caso de los embalses). Sin embargo, las cuñas de almacenamiento cambian estos valores.



La forma más fácil de obviar este problema es usar una curva de valores medios de almacenajes contra efluencias, pero este tipo de aproximación puede producir errores grandes. La diferencia de valores producidos para un mismo gasto efluente depende del almacenamiento de cuñas o sea, de la inestabilidad del flujo, siendo por lo tanto una función del tiempo. Una función general para el almacenaje, puede derivarse de la siguiente manera.

El almacenaje en un canal para flujo inestable depende del gasto afluente, del efluente y de las características geométricas e hidráulicas del canal y sus controles. Se puede asumir que en las secciones de aguas arriba y en la de aguas abajo, el canal tiene las mismas relaciones entre descarga media y almacenaje con respecto a la profundidad "Y" del flujo. Por lo que se pueden escribir las siguiente relaciones:

$$I = a\ y^n \qquad (1)$$

$$O = a\ y^n \qquad (2)$$

$$Si = b\ y^m \qquad (3)$$

$$So = b\ y^m \qquad (4)$$

a,n expresan las características profundidad- descarga de la sección.
b,m expresan las características profundidad media-almacenaje de la sección.
Eliminando "y" entre las ecuaciones (1) y (3) y entre las ecuaciones (2) y (4) se obtiene:

$$\frac{I^m}{Si^n} = \frac{a^m\ y^{nm}}{b^n\ y^{nm}} \rightarrow \frac{I^m}{Si^n} = \frac{a^m}{b^n}$$

$$Si^n = \frac{b^n}{a^m}\ I^m \rightarrow Si = b\ \left(\frac{I}{a}\right)^{m/n} \qquad (5)$$

$$\frac{O^m}{So^n} = \frac{a^m\ y^{nm}}{b^n\ y^{nm}} \rightarrow \frac{O^m}{So^n} = \frac{a^m}{b^n}$$

$$So = b\ \left(\frac{O}{a} \right)^{m/n} \qquad (6)$$

Si se toma un factor de ponderación $X\leqslant 1$ que determine la participación respectiva en el almacenaje, éste puede expresarse como:

$$S = X\ Si + (\ 1-X)\ So \qquad (7)$$

En el caso de un embalse, donde el almacenaje está totalmente controlado por la descarga efluente. $X = 0$, y $S = So$.

Cuando el almacenaje está influenciado por las condiciones del remanso impuestas por el control de aguas arriba X>O. En el caso de canales uniformes, se da el mismo peso a ambos factores y se toma $X = 0,5$

Substituyendo las expresiones (5) y (6) en la (7) se obtiene:

$$S = X\,b\,\left(\frac{I}{a}\right)^{m/n} + (1 - X)b\,\left(\frac{O}{a}\right)^{m/n}$$

$$S = b/a^{m/n}\left[X\,I^{m/n} + (1 - X)\,O^{m/n}\right]$$

llamando $X = m/n$ y $K = \dfrac{b}{a^{m/n}}$

$$S = K\left[X\,I^{x} + (1 - X)\,O^{x}\right]$$

En un canal rectangular prismático según Manning.

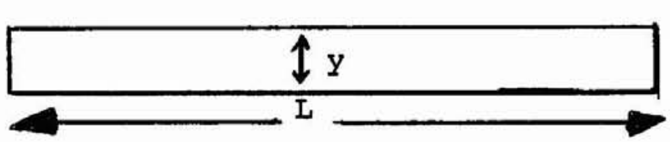
$$Q = \frac{1}{\eta}\,R^{2/3}\,S^{1/2}A = C_1\,R^{2/3}\,A$$

$$R \simeq y \quad \rightarrow \quad A = b\,y$$

$$Q = C_1\,y^{2/3}\,by = C\,y^{5/3}$$

Esto es, la descarga varía con la potencia 5/3 de la profundidad y el almacenaje

$$S = (L\,b\,y) = (C_3\,y)$$



Varía con la primera potencia de la altura, esto es:

$$\left.\begin{array}{l} n = {}^{5}/_{3} \\ m = 1 \end{array}\right\}\quad \frac{m}{n} = \frac{1}{5/3} = \frac{3}{5} = 0,6$$

En canales naturales "m" puede ser mayor que 1 y por lo tanto $\frac{m}{n} > 0.6$

La constante K expresa una relación entre almacenaje y descarga y del análisis dimensional se demuestra que tiene dimensiones de tiempo. De hecho, este valor representa el - tiempo de recorrido a través del tramo y es la pendiente de la curva almacenaje-descarga.

K puede determinarse hallando la distancia entre los centros de gravedad del hidrograma afluente y del efluente,y puede estimarse aproximadamente como el tiempo de viaje de puntos críticos del hidrograma, tales como los tiempos entre los picos.

En base de esta ecuación se han desarrollado diversas - técnicas para el tránsito de crecientes, siendo el exponente-x generalmente asumido como 1, quedando la ecuación reducida-a:

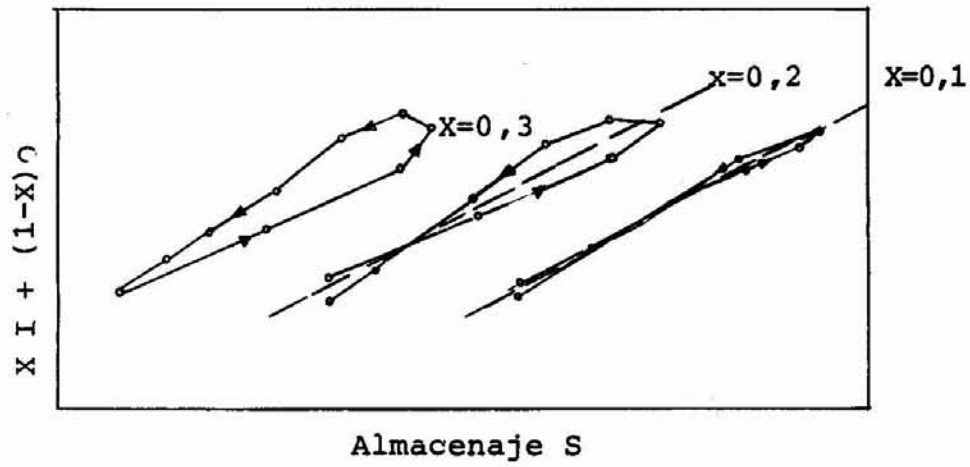
$$S = K \left[XI + (1-X)O \right] \qquad (8)$$

Para hacer uso de esta ecuación los valores de almacenaje determinados por el hidrograma se grafican para cada tramo ponderados en la forma

$$XI + (1 - X) O$$

contra los valores del almacenaje. Los valores de X se van - cambiando, hasta conseguir el valor que convierte la función-en una de valor sencillo.

X=0,1 Valor de x que crea una relación inequívoca



En este caso X = 0,1 y el almacenaje es muy parecido al almacenaje de un embalse.

PROBLEMA Dados los hidrogramas de entrada y salida que se muestran en la tabla derive los valores de K y X

HORA (1)	I m^3/s (2)	O (m^3/s) (3)	$\frac{I_1+I_2}{2}t$ $\frac{1}{4}\frac{m^3}{seg}$/día (4)	$\frac{O_1+O_2}{2}t$ $\frac{1}{4}\frac{m^3}{seg}$/ día (5)	ΔS $\frac{1}{4}\frac{M^3}{seg}$/ día (6)=(4)-(5)	S=Σ(Δs) $\frac{1}{4}\frac{m^3}{seg}$/ día (7)	x = 0.2 0.xI	0.xO	Total	x=0.25	x=0.3
0	22	22	22.5	21.5	1.0	0	4.4	17.6	22.0		
6	23	21	29.0	21.0	8.0	1.0	4.6	16.8	21.4		
12	35	21	53,0	23.5	29,5	9.0	7.0	16.8	23.8		
18	71	26	87.0	30.0	57.0	38.5	14.2	20.8	35.0		
24	103	34	107.0	39.0	68.0	95.5	20.6	27.2	47.8		
30	111	44	110.0	49.5	60.5	163.5	22.2	35.2	57.4		
36	109	55	104.5	60.5	44.0	224.0	21.8	44.0	65.8		
42	100	66	93.0	70.5	22.5	268.0	20.0	52.8	72.8		
48	86	75	78.5	78.5	0.0	290.5	17.2	60.0	77.2		
54	71	82	65.0	83.5	-18.5	290.5	14.2	65.6	79.8		
60	59	85	53.0	84.5	-31.5	272.0	11.8	68.0	79.8		
66	47	84	43.0	82.0	-39.0	240.5	9.4	67.2	76.6		
72	39	80	35.5	76.5	-41.0	201.5	7.8	64.0	71.8		
78	32	73	30.0	68.5	-38.5	160.5	6.4	58.4	64.8		
84	28	64	26.0	59.0	-33.0	122.0	5.6	51.2	56.8		
90	24	54	23.0	49.0	-26.0	89.0	4.8	43.2	48.0		
96	22	44	21.5	40.0	-18.5	63.0	4.4	35.2	39.6		
102	21	36	20.5	33.0	-12.5	44.5	4.2	28.8	33.0		
108	20	30	19.5	27.5	-8.0	32.0	4.0	24.0	28.0		
114	19	25	19.0	23.5	-4.5	42.0	3.8	20.0	23.8		
120	19	22	18.5	20.5	-2.0	19.5	3.8	17.6	21.4		
126	18	19				17.5	3.6	15.2	18.8		

Hasta la columna 7 se ha resuelto la ecuación general de almacenamiento

$$\frac{I_1 + I_2}{2} t - \frac{O_1 + O_2}{2} t = S_2 - S_1 = \Delta S$$

$$S = \Sigma \ (\Delta S)$$

La unidad de tiempo usada ha sido de 6 horas = $^1/_4$ de día, ahora deben escogerse valores arbitrarios de X ($0 < X < 1$);

x= 0,2:

$$X I + (1 - X) O =$$

$$= 0,21 + (1 - 0,2) O = 0,21 + 0,8 \quad O$$

Se grafican ahora los valores de S contra los de (O,2I + O. 8xO), como se muestra en la próxima página.

Se repite el procedimiento para X = 0,25; X = 0,30;etc. hasta conseguir la curva que mejor se aproxime a una recta. Este valor de X se adopta y la pendiente de la línea es el valor de K, para este caso

X = 0,25

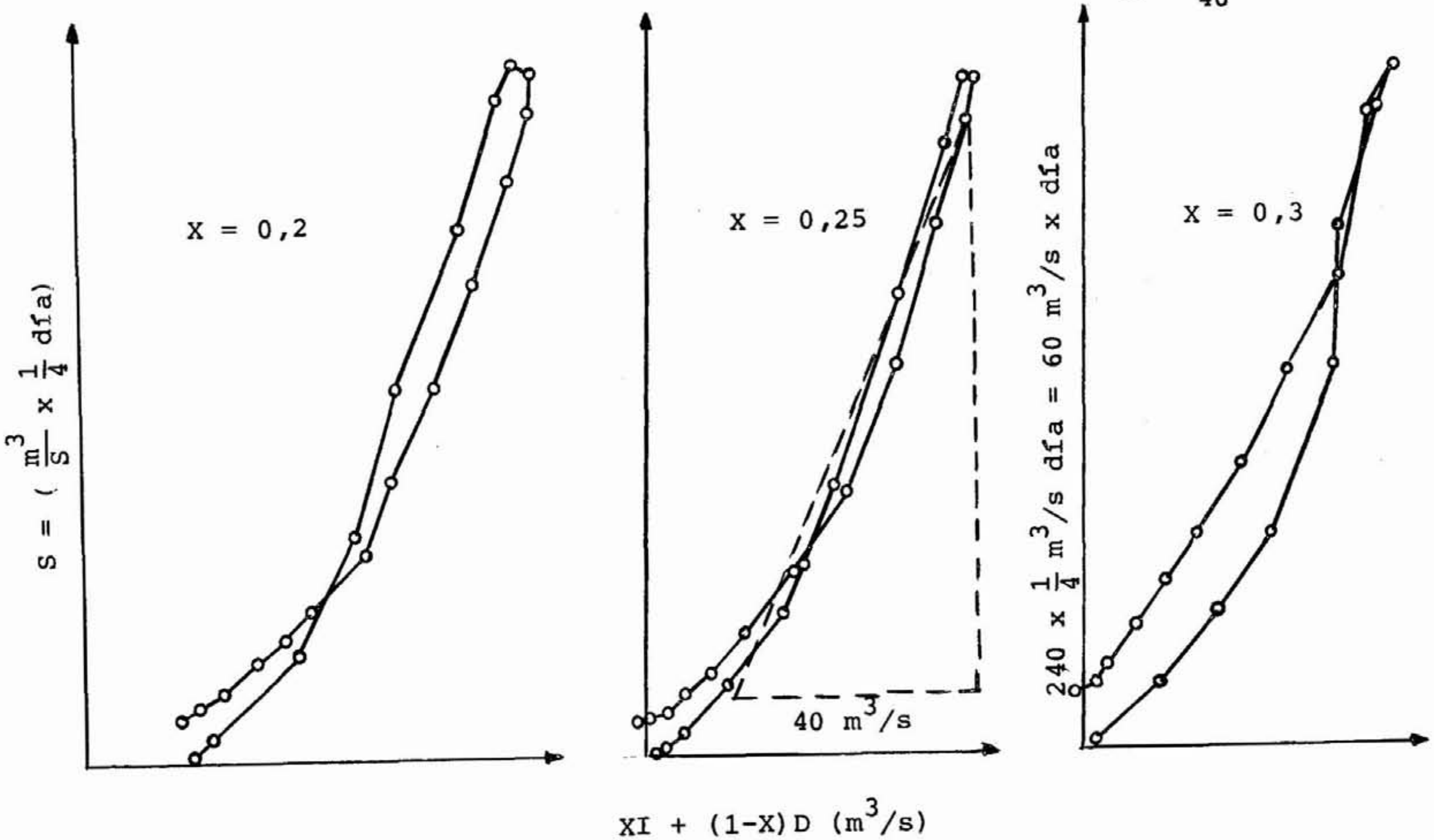
K = 1,5 día

Estos valores de X y K se substituyen en la ecuación de Muskingum y se usan para transitar la crecida deseada.

Solución:

X = 0,25

$K = \frac{60}{40} = 1.5$ días



METODO DE MUSKINGUM

El Método de MUSKINGUM, hace uso de la curva de valores sencillos desarrollada, determinando los valores de X y de K para cada tramo de canal. Este método supone que la pendiente $S/_{dq}$ es equivalente a K, dependiendo sus unidades de las unidades de caudal y almacenamiento.

Si la ecuación de almacenaje:

$$\frac{I_1 + I_2}{2}\, t - \frac{O_1 + O_2}{2}\, t = S_2 - S_1$$

se substituyen los valores de S por los correspondientes calculados de la ecuación (8).

$$S_1 = K \left[X\, I_1 + (\, 1 - X)\; O_1 \right]$$

$$S_2 = K \left[X\, I_2 + (\, 1 - X)\; O_2 \right]$$

se obtiene:

$$\frac{I_1}{2} t + \frac{I_2}{2} t - \frac{O_1}{2} t - \frac{O_2}{2} t = K\,X\,I_2 + K\,O_2 - K\,X\,O_2 - K\,X\,I_1 - K\,O_1 + K\,X\,O_1$$

$$- \frac{O_2}{2} t - K\,O_2 + K\,X\,O_2 = \frac{O_1}{2} t - K\,O_1 + K\,X\,O_1 - \frac{I_2}{2} t + K\,X\,I_2 - \frac{I_1}{2} t - K\,X\,I_1$$

$$O_2 \left(- \frac{t}{2} - K + KX\right) = O_1 \left(\frac{t}{2} - K + KX\right) \; I_2 \left(- \frac{t}{2} + K\,X\right) + I_1 \left(- \frac{t}{2} - KX\right)$$

$$O_2 = \left[\frac{K\,X - 0{,}5t}{-0{,}5t - K + KX} \right] I_2 + \left[\frac{-0{,}5t - KX}{-0{,}5t - K + KX} \right] I_1 \left[\frac{0{,}5t - K + KX}{0{,}5t - K + KX} \right] O_1$$

$$O_2 = + \underbrace{\left[- \frac{KX - 0,5t}{K-KX + 0,5t} \right]}_{C_o} I_2 + \underbrace{\left[\frac{KX + 0,5t}{K-KX + 0,5t} \right]}_{C_1} I_1 + \underbrace{\left[\frac{K-KX - 0,5t}{K - KX + 0,5t} \right]}_{C_2} O_1$$

lo que puede escribirse, para hacer más fácil el trabajo, como:

$$\boxed{O_2 = C_o \; I_2 + C_1 I_1 + C_2 \; O_1} \qquad (9)$$

donde se cumple que:

$$C_o + C_1 + C_2 = 1$$

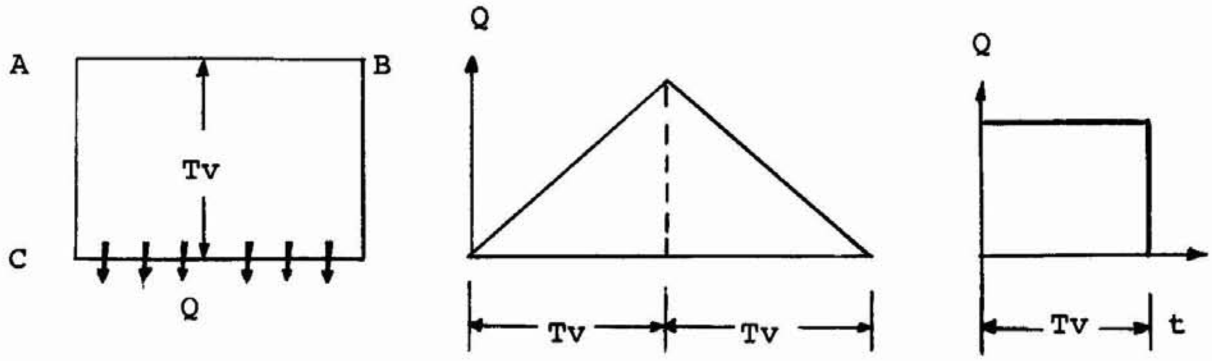
En estas ecuaciones t es el período de iteración en las mismas unidades que K. Conocidos K, X, y t pueden calcularse los valores de C_o, C_1 y C_2, siendo la operación del tránsito de caudales la solución de la ecuación.

$$O_2 = C_o \, I_2 + C_1 \, I_1 + C_2 \, O_1$$

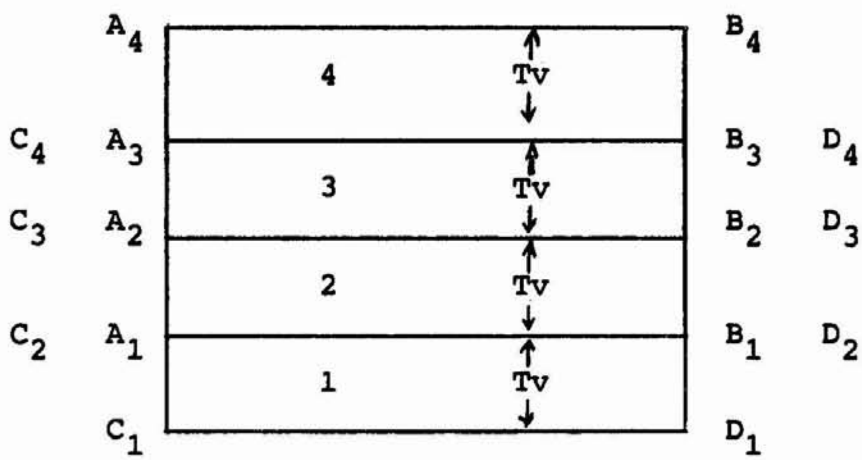
con el O_2 de un período de iteración convirtiéndose en O_1 para el período siguiente.

<u>Deducción del Hidrograma de Efluencia de una Cuenca Mediante el Tránsito de Almacenajes Usando el Método de C.O. CLARK</u>

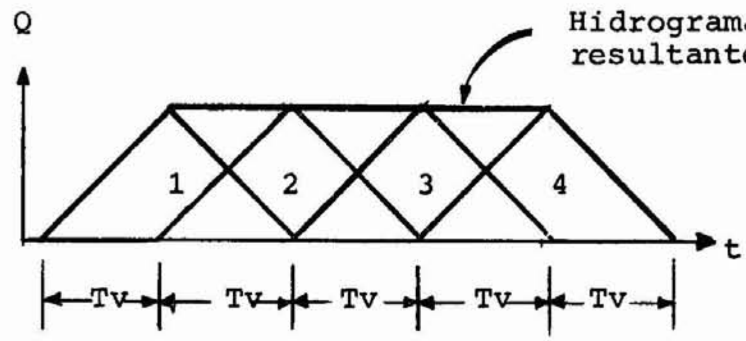
Dada la cuenca ideal rectangular ABCD, que el agua tarda Tv horas en recorrer. Si sobre ella se aplica una lluvia efectiva de Tv horas de duración, despreciando los efectos de almacenaje, el hidrograma de salida en el lado CD será un triángulo con un tiempo base de 2 Tv horas. Si la misma lluvia se aplica en forma instantánea el hidrograma será un rectángulo.

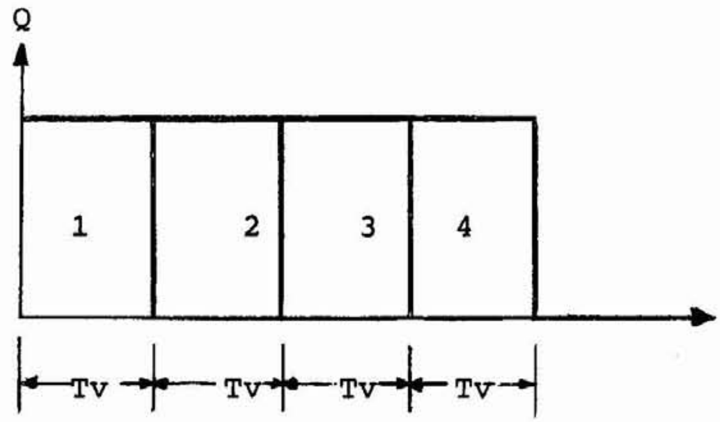


En el caso de que la cuenca está constituída por varias subcuencas como la anterior el hidrograma resultante será la suma de los hidrogramas parciales, esto es:



Aplicando una lluvia efectiva de intensidad constante y duración Tv, el hidrograma resultante (despreciando el efecto de almacenamiento) será la suma de los hidrogramas parciales:





En el caso de que la lluvia se aplique en forma instantánea el hidrograma resultante será la suma de los rectángulos que constituyen los hidrogramas parciales.

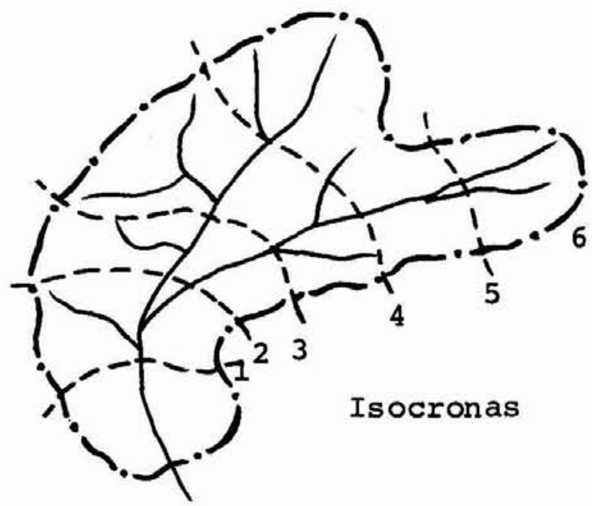
En estos casos, al no considerar el efecto de almacenamiento el hidrograma no está de acuerdo con el verdadero. Para incluir el efecto del almacenamiento se usará el método de Clark, que consiste en usar el método de Muskingum de la siguiente manera:

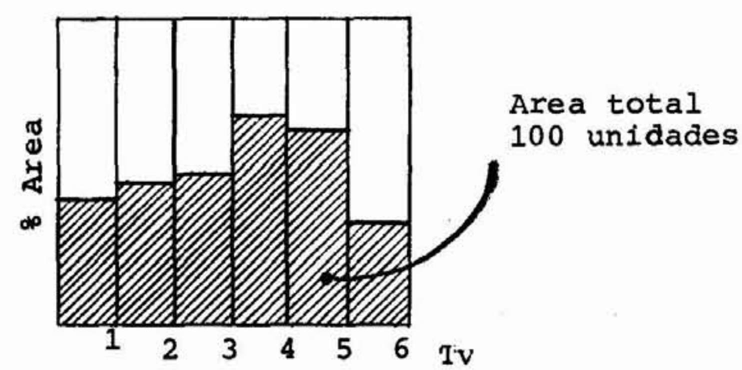
Se crea un embalse hipotético con un valor de K igual al de la cuenca y con X = 0 (condiciones de embalse). El proceso es el siguiente:

1) Se divide la cuenca en varias subcuencas, mediante isocronas de acuerdo a los puntos de igual tiempo de viaje Tv., estas isocronas deben trazarse teniendo en cuenta topografía, hidrografía etc.

2) Las áreas entre isocronas se expresan en % del área total

3) Se construye un diagrama de % Area v.s. tiempo de viaje





Siendo en el hidrograma unitario la lámina de lluvia efectiva igual a la unidad, este diagrama de áreas - correspondería a una lluvia efectiva instantánea (la escorrentía producida por una lámina unitaria de a gua es proporcional al área).

4) Este gráfico constituye el hidrograma afluente al em balse hipotético de Clark, haciendo el tránsito por el método de Muskingum con K de la cuenca y X = O.El resultado de este tránsito de almacenaje viene dado en % de áreas, y para convertirlo en caudales, debe multiplicarse el % de áreas por:

$$\frac{\text{Lluvia efectiva unitaria (metros) x área total}(m^2)}{\text{intervalos entre isocronas (seg) x 100}}$$

5) Se le suma el Caudal base

OBSERVACIONES: (Experiencia M.O.P)

1. Obtención de Tv y K

$$Tv = \frac{L}{V}$$

L = distancia al punto más alejado de la salida
V = velocidad promedio de la partícula en su recorrido

V es función de una serie de factores muy difíciles de es - timar a priori, tales como Gasto, sección, n de Manning,pen diente, etc.(el Gasto se desconoce). La aplicación de este método para obtener Tv lleva mucho tiempo.

En el caso de que se tengan registros pluviométricos y fluviométricos en la cuenca, Tv puede considerarse igual al tiempo de retraso.

Tv puede también estimarse (con experiencia) de un registro de aforos. Cuando no hay otro método, puede estimarse de a cuerdo a la pendiente, tipo de cauce, etc., por comparación con otras cuencas.

K presenta los mismos inconvenientes que Tv para su cálculo.

K puede estimarse de los datos de la curva de agotamiento para una cuenca, esto es, de:

$$S = \frac{q_t}{\log_e Kr}$$

$$S = KxO = Kx\ qt \quad \text{(Muskingum con } X = 0\text{)}$$

$$\boxed{K = \frac{1}{\log_e Kr}}$$

Clark sostiene que K viene dado por la ecuación:

$$K = \frac{c\ L}{\sqrt{s}}$$

L = longitud de la corriente ppal. en Km
s = pendiente media del cauce
c = valor entre 0.5 y 1.35

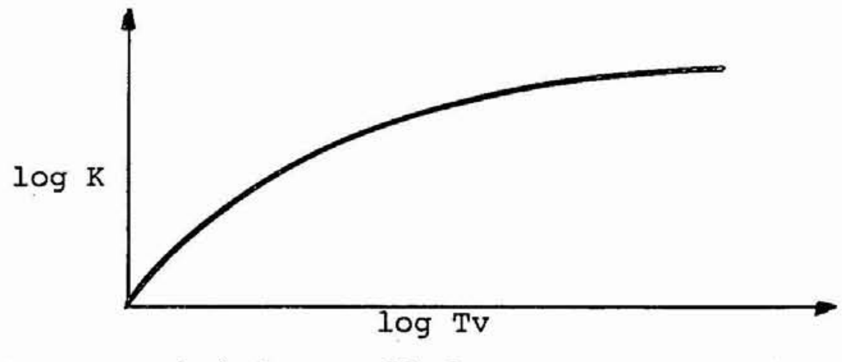
Linsley sugiere la ecuación:

$$K = \frac{b\ L\sqrt{A}}{\sqrt{s}}$$

A = área de recepción (Km^2)
L y S como antes
b = valor entre 0.0153 y 0.0305

Habiendo tan poca información en los ríos venezolanos algunas veces no ha mas remedio que tomar K = Tv.

Clark desarrolló una curva para Venezuela que relaciona Tv vs. K (pág.13 folleto)

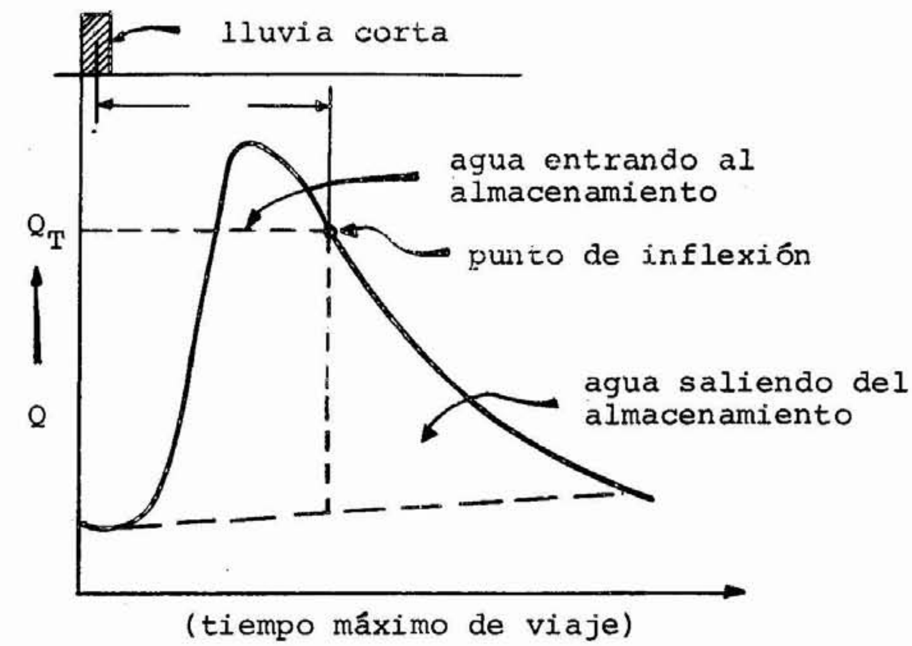


Esta curva fué desarrollada para pocos registros y no es muy confiable.

ANEXO: Cálculo de Tv y K

(TOMADO DE WILSON: Engineering Hydrology. Mac Millan)

Si se asume que una cuenca de captación está formada por una serie de pequeñas subáreas cada una de las cuales, sometida a una lluvia instantánea, contribuye a la afluencia a un sistema de canales, el hidrograma unitario instantáneo se puede considerar formado por dos partes: la primera representa la afluencia de la lluvia al sistema de canales y la segunda representa la afluencia gradual del sistema. La línea que divide las dos partes puede tomarse como la vertical a través del punto de inflexión.

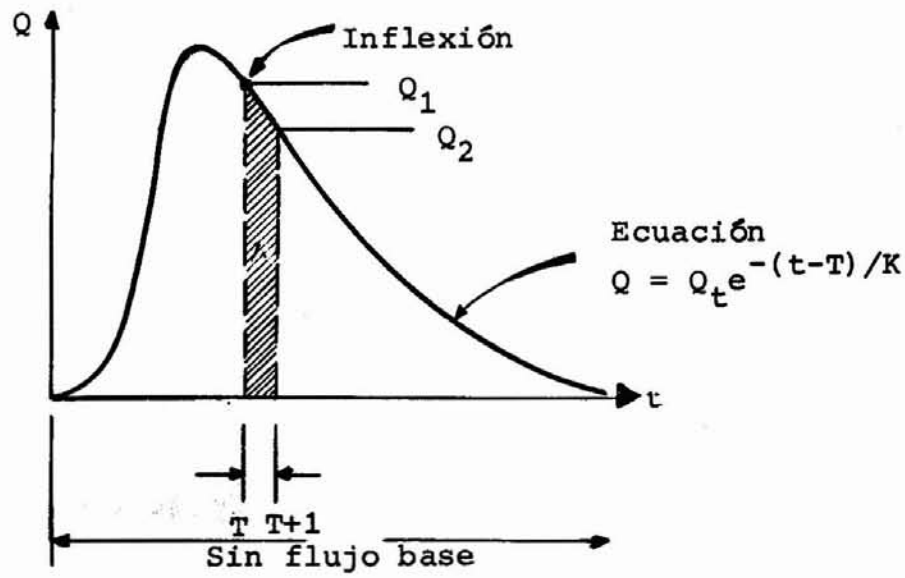


Tv se toma como la distancia entre el centro de masa de la lluvia y el punto de inflexión del hidrograma.

Se puede demostrar que la ecuación de la curva de recesión es

$$Q = Q_t e^{-(t-K)/K}$$

y que



$$A = \int_{t=T}^{t=T+1} Q_t \; e^{-(t-T)/K} \, dt = K(Q1 - Q2)$$

por lo tanto

$$\boxed{K = \frac{A}{Q_1 - Q_2}}$$

Efecto del Flujo Subterráneo

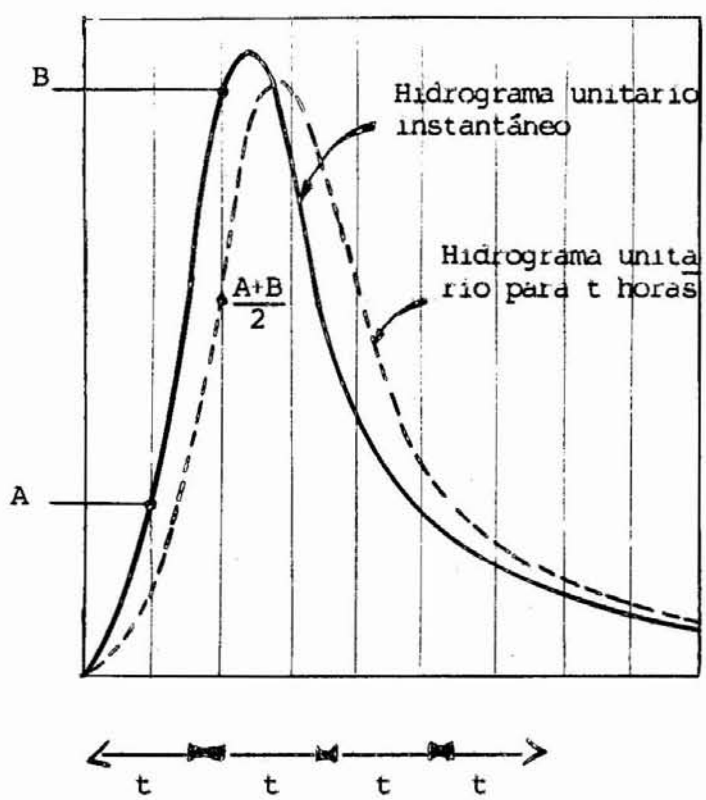
a) El valor de K = 200 horas es para ríos americanos que llevan agua todo el año

b) Para los ríos venezolanos de tamaño de cuenca entre 500 y 3000 Km^2, el porcentaje de aguas subterráneas - es insignificante con respecto al volumen total, por lo tanto, se tomará como hidrograma unitario el resultante únicamente del valor de K asumido para la cuenca y luego se le sumarán los valores del caudal base estimados de la experiencia

Aplicación de la LLuvia efectiva al Hidrograma Unitario Instantáneo

Este problema se soluciona aplicando la mitad de la precipitación al inicio del intervalo, y la segunda mitad al fin del intervalo. Esto es, si en una hora ha llovido 1 mm., se aplica 1/2 mm. al inicio y 1/2 mm al fin de la hora; sumando los dos hidrogramas resultantes se obtiene el hidrograma unitario deseado.

Para el caso específico de querer obtener un hidrograma unitario de duración dada t, se puede lograr más fácilmente promediando las ordenadas separadas t unidades de tiempo del hidrograma unitario instantáneo como se muestra en la figura.



Una vez que se tenga el hidrograma unitario para una duración dada, los hidrogramas unitarios para otras duraciones pueden obtenerse por los métodos corrientes(curva-S, etc.)

Método Práctico para la Obtención de Valores

Como X=O (condición de embalse),los coeficientes dela ecuación de Muskingum:

$$O_2 = C_o I_1 + C_1 I_1 + C_2 O_1$$

se convierten en:

$$C_o = C_1 = \frac{0.5t}{K + 0.5t}$$

$$C_2 = \frac{K - 0.5t}{K + 0.5t}$$

Una vez calculado el valor de K y decidido sobre el valor de t que va a usarse, se procede a calcular el "tránsito de los almacenajes" con la ecuación de Muskingum

$$O_2 = C_o I_2 + C_1 I_1 + C_2 O_1$$

como $C_o = C_1$ e $I_2 = I_1$ la ecuación se reduce a:

$$(C_o + C_1)\ I + C_2\ O_1 = O_2$$

Areas expresadas en porcentajes que se reducen a caudales para el cálculo del hidrograma unitario instantáneo multiplicando por el factor:

$$\frac{\text{Prec. efva.unitaria en mts. x Area total } M^2}{\text{intervalos entre isocronas (seg) x 100}}$$

Río Socuy en el Sitio de Presa

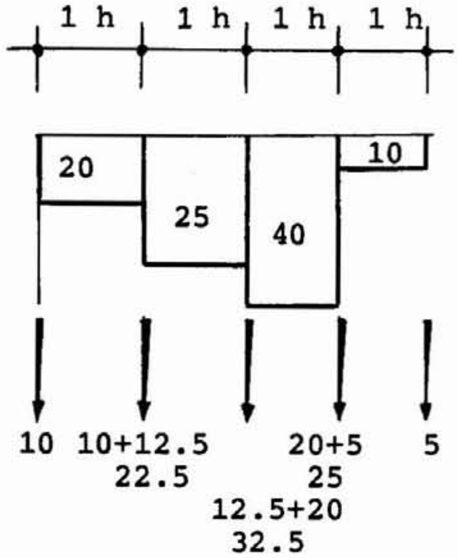
Tabla para la obtención del hidrograma unitario instantáneo

1 Tiempo	2 % Area	3 $(C_0+C_1) \times (2)$	4 $C_2 \times (5)^{(*)}$ $C_2 O_1$	5 (3) + (4) O	Hidrograma unitario Inst.
0 (1)	0 (1)	0 (1)	0 (1)	0 (1)	0 (1)
1 (1)	4.37	1.093	0	1.093	1.68
2 (1)	11.12(1)	2.780	0.820	3.600	5.54
3 (1)	20.10(1)	5.025	2.700	7.725	11.89
4 (1)	24.23(1)	6.058	5.793	11.851	18.24
5 (1)	18.15	4.538	8.888	13.462	20.66
6 (1)	22.23	5.508	10.070	15.578	23.97
7 (1)				11.684	17.98
8 (1)				8.763	13.49
9 (1)				6.572	10.11
				4.929	7.59
				3.697	5.69
				2.773	4.27
				2.030	3.20
				1.560	2.40
				1.170	1.80
				0.878	1.35
				0.659	1.01
				0.494	0.76
				0.371	0.57
				0.278	0.43

(*) De la fila anterior (O_2 del cálculo anterior se convierte en O_1)
(1) Valores conocidos

Aplicación de una Lluvia Efectiva al Hidrograma Unitario Instantáneo

Cuando se quiere aplicar sobre la cuenca una lluvia efectiva, como el hidrograma derivado es instantáneo, se hace necesario aplicarla en forma concentrada al inicio y al final de cada período, y desplazada el tiempo correspondiente a la duración de la lluvia.



Pluviograma

Tiempo	Lluvia efectiva	Lluvia Instantánea
1	20	10
2	25	+ 12,5 = 22.5
3	40	12,5 + 2o = 32,5
4	10	20 + 50 = 25,0
		5

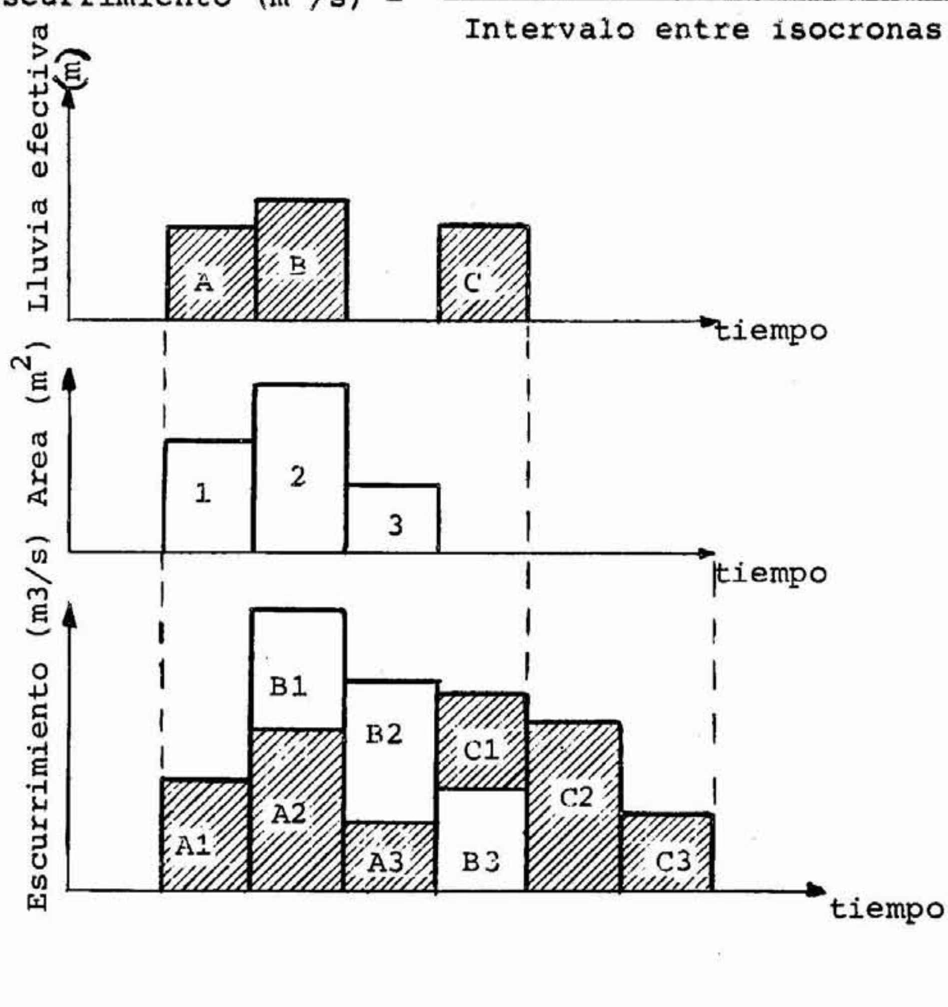
El hidrograma total se obtendrá aplicando las lluvias instantáneas a los hidrogramas correspondientes, desplazadas el tiempo indicado y sumándolas

Obtención Directa de Hidrogrmas Totales:

Para lograr directamente los hidrogramas totales, en lugar del gráfico de tiempo contra % de área, se usará un gráfico de escurrimiento contra tiempo que se construye de la siguiente manera:

1° Se construye un gráfico de lluvia efectiva contra tiempo
2° Se construye un diagrama de tiempo contra áreas
3° Se multiplican los valores de los diagramas correspondientes a los pasos (1) y (2) colocándolos en los tiempos correctos y dividiéndolos por el intervalo entre isocronas, esto es:

$$\text{Escurrimiento } (m^3/s) = \frac{\text{Precipitación (m) x Area } (m^2)}{\text{Intervalo entre isocronas } (m^2)}$$



4° El diagrama resultante tiempo vs. escorrentía se transitará a través de un embalse hipotético con X = 0 y el K correspondiente a la cuenca. El resultado será el hidrograma total de salida.

Esta característica da al método un mayor alcance que los métodos corrientes, ya que de esta manera puede distribuirse la lluvia mucho mejor en el tiempo y por lo tanto el método puede extenderse a áreas mayores.

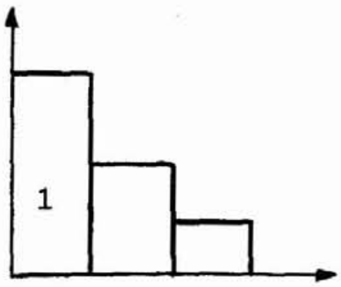
Otra gran ventaja del método en estudio es que no se hace necesario el uso de un mismo diagrama de precipitación para toda la cuenca, sino sólo un diagrama común para cada isocrona, lo que permite una mejor distribución temporal y espacial de la lluvia efectiva, con lo cual el método puede aplicarse sin limitación. Este método requiere conocer el movimiento de la tormenta con el tiempo y con el espacio.

Para usar este método se dispone de los pluviogramas entre isocronas, que son convertidos a caudales en m^3/seg multiplicando por el factor:

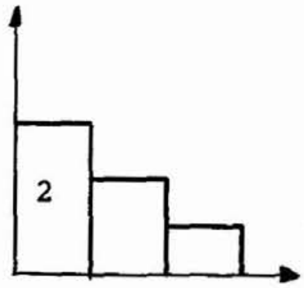
$$\frac{\text{\% de Area} \times \text{Area de la Cuenca} \times \text{Lluvia efectiva entre isoc.}}{100 \times \text{Intervalo entre isocronas en seg.}}$$

Los valores resultantes en m^3/seg se organizan desplazándolos para colocarlos en el lugar correspondiente a cada isocrona.

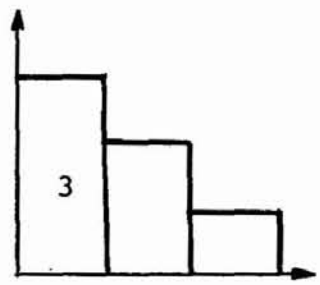
Estos diagramas se suman para obtener el hidrograma de entrada al embalse hipotético de Clark, donde se transita por el método de Muskingum usando el K correspondiente, siguiendo la Tabla que se muestra en la última página.



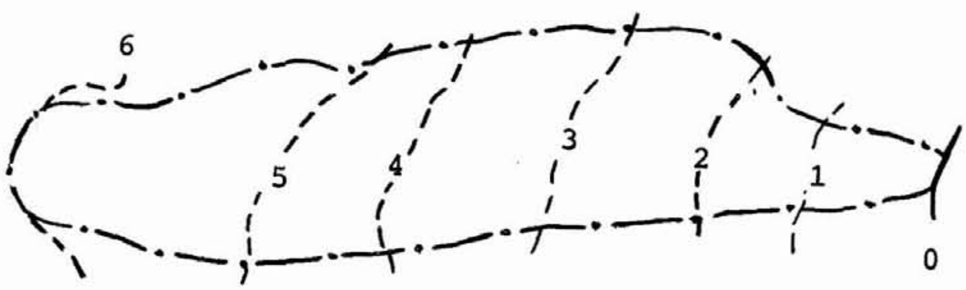
Pluviograma entre
isocronas 0 y 3.



entre 3 y 4



entre 4 y 6



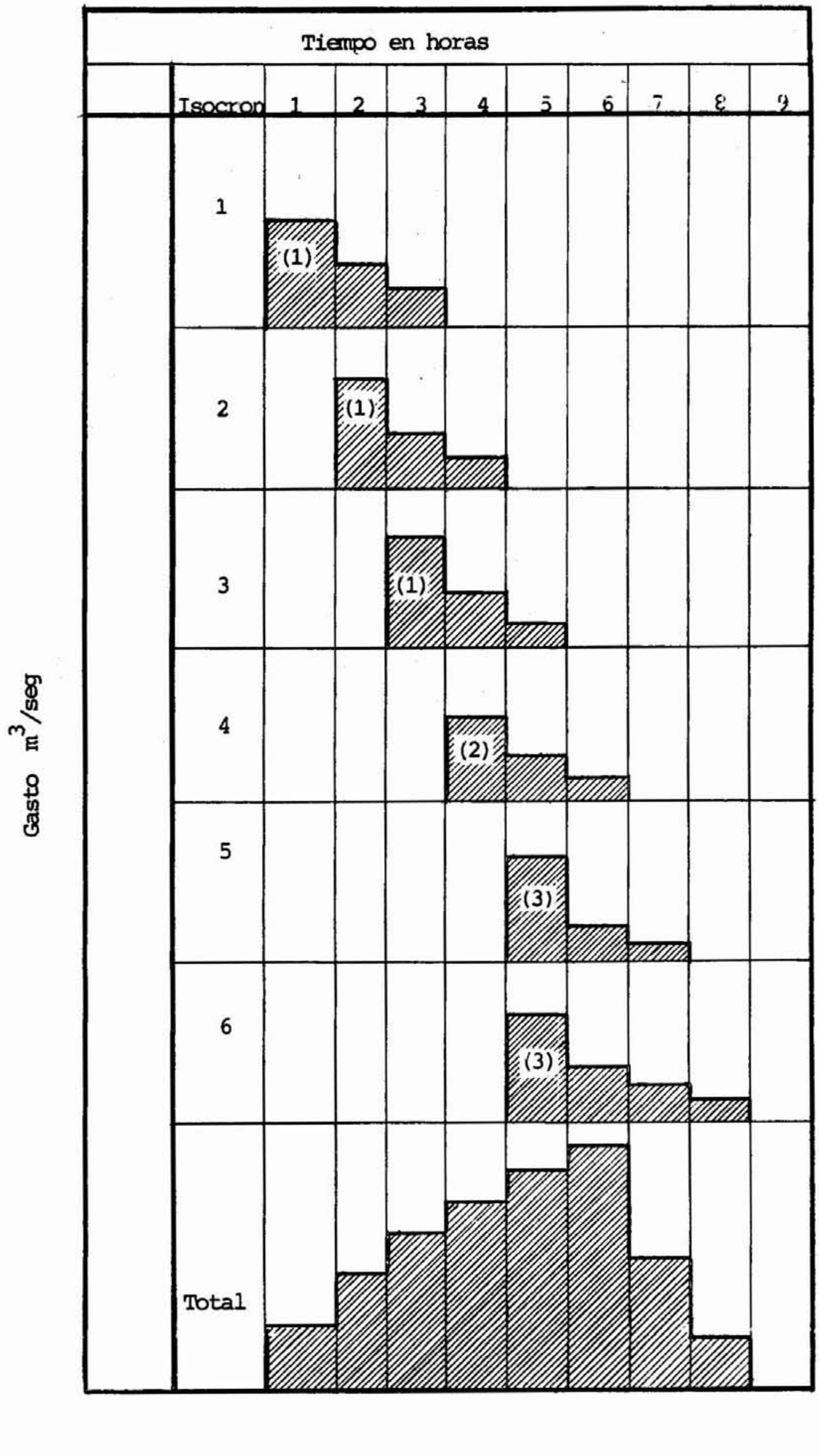


Diagrama tiempo-esc.para ser Transitado

Tabla para la Obtención Directa del Hidrograma Total

Tiempo	I	(C_0+C_1) I	C_2O *	O
0	0	0	0	0
1				
2			0	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

* Gasto de la Fila anterior