INSTITUTO
de GEOGRAFIA
UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE

DEPARTAMENTO DE GEOGRAFIA AGRARIA

Documento
Nº 101

"EL PRONOSTICO. TECNICAS USUALES DE EMPLEO"

ALDEN GAETE JENICEK.

SEPTIEMBRE, 1974

PRONOSTICOS

1.- INTRODUCCION.

La mayoría de la información que manejan diversas instituciones, presentan cambios en el transcurso del tiempo. Con el propósito de poder evaluar, predecir o planificar las actividades futuras, se recurre a elementos de análisis tales como las matemáticas, estadísticas y la economía las que empleadas individualmente o en forma combinada interpretan de una manera desglosada y minuciosa, cada uno de los elementos que actúan provocando los cambios que se mencionaban.

Los beneficios que se obtengan por el empleo de un adecuado pronóstico, dependerán en gran medida del nivel de precisión exigido en su cálculo. Debe destacarse sin embargo que la naturaleza del pronóstico y la técnica que en cada circunstancia se emplee, dependerá entre otras consideraciones, de la información básica disponible, del campo de aplicación donde se trabaja y del nivel de exactitud que se desee.

2.- NATURALEZA DE LOS PRONOSTICOS.

Efectuar un pronóstico consiste en predecir uno o más eventos en fechas futuras específicas. Muchos eventos futuros se esperan que se verifiquen exactamente en la forma pronosticada. Tal tipo de seguridad es la que se denomina "certeza" y se presenta aveces en pronósticos que se hacen para un período muy cercano al del momento presente. Sin embargo, no se puede estar seguro en la mayoría de las veces respecto al pronóstico que se haga y a lo sumo se tendrá una probabilidad de ocurrencia.

Por lo tanto, los pronósticos generalmente presentan una probabilidad ligada al acontecimiento del evento en estudio· mirado desde otro punto de vista contituyen una base para tomar decisiones bajo condiciones de riesgo específicas. En tales casos la probabilidad que se refiere a la ocurrencia de cierto evento, constituye un pronóstico al cual se le asocia un riesgo.

En algunos casos, se presentan posibilidades futuras sin ningún indicio con respecto a la probabilidad de que cristaliden. Bajo estas condiciones de incertidumbre, se abandona el campo que abarca el pronóstico y se recurre a la teoría de los juegos. En tanto que los pronósticos proporcionan cierta confiabilidad respecto al futuro, la teoría de los juegos pretende suministrar un criterio para lograr lo mejor dentro de lo que pueda ocurrir. Aunque el presente esdudio solo se limita al tema abarcádo por los pronósticos como elemento de ayuda en la toma de decisiones es importante destacar que existen circunstancias bajo las cuales tales pronósticos no son aplicables o resultan inútiles, pero que existen otros métodos que se emplean en tales casos.

3.- ENFOQUES ESTADISTICOS BASICOS EN LA ELABORACION DE LOS PRONOSTICOS

Los enfoques estadísticos representan métodos bastante más rigurosos que aquellos pronósticos obtenidos por simple apreciación. Además de representar una secuencia científica en la elaboración, se eleminan en gran medida los fenómenos subjetivos que pueden caracterizar los métodos de apreciación.

3.1. TRES ENFOQUES ESTADISTICOS BASICOS.

Tres son los enfoques estadísticos básicos que comúnmente se emplean para efectuar pronósticos:

- El análisis de regresión y correlación.
- El análisis mediante el coeficiente de elasticidad.
- El análisis clásico de las series cronólogicas. Dentro del cual se distinguirán los métodos de pronósticos adaptativos como ser: El método de los Promedios Móviles y el Método de Suavizamiento Exponencial.

3.1.1. PRONOSTICOS BASADOS SOBRE LA ECUACION DE REGRESION.

Para la obtención de una ecuación matemática que refleja el comportamiento del fenómeno a través de una línea de regresión, se mencionarán tres métodos:

a) Método de los Puntos Seleccionados

b) Método de los Promedios

c) Método de los Mínimos Cuadrados.

Los dos primeros métodos son relativamente rudimentarios si se los compara con el tercero. El primero consiste básicamente en escoger de la nube de puntos dibujada en el diagrama de dispersión, aquellos puntos extremos y luego unirlos por una recta, obteniéndose de tal forma la tendencia. El segundo método en cambio tiene un poco más de elaboración ya que divide la nube de puntos en dos grupos: de c/u de ellos se calcula el respectivo promedio o media aritmética y finalmente se traza la línea por sobre estos dos nuevos valores promedio.

3.1.1.1. AJUSTE DE LA LINEA DE REGRESION A TRAVES DEL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

En la mecánica operacional de este método, las observaciones se deben tabular en un cuadro de doble entrada. En el caso de la variable tiempo se le puede denominar más exactamente "VARIABLE DE ORDENACION" y a menudo se reemplazan los años por variables auxiliares con el propósito de simplificar los cálculos algebraicos tal como se demostrará oportunamente.

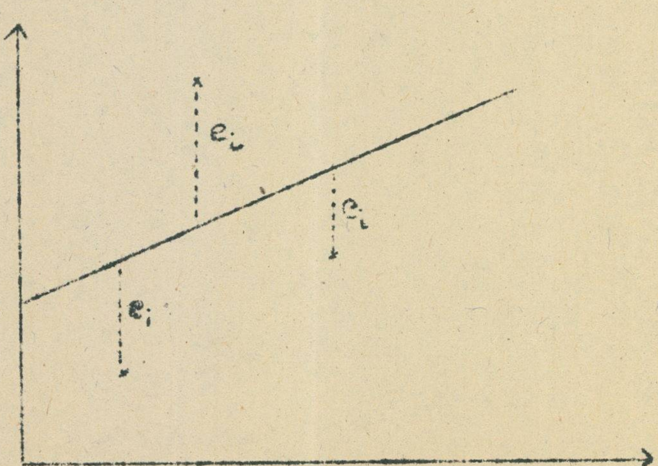
El método de los mínimos cuadrados consiste en minimizar la suma de los errores elevados al cuadrado = ($\sum e_i^2$ = Mínimo).

Se denomina por error a la distancia existente entre la observación obtenida de la realidad y el valor que le correspondería (teóricamente) si dicha observación se situara justo sobre la línea que se ajustó (la tendencia). En el caso del ajuste a una recta, la ecuación matemática vendrá comúnmente representada por la expresión:

$$\boxed{y = a + b \cdot x}$$

Lo que expresado en un gráfico vendría dado por:

y: (variable dependiente)



t= x = tiempo (años, meses,etc.)

Se puede designar en una forma alternativa la minimización de los errores a que se aludía, o sea el hecho de tratar que la recta ajustada pase lo más cerca posible de todos los puntos y con ello lograr que las distancias o errores sean mínimos. Ello se puede simbolizar de la siguiente forma:

$$\text{Min } F = \text{Min} \sum e_i^2 = \text{Min} \sum (y_i - y \quad)^2$$

en que y es la ecuación de regresión ó tendencia ajustada).

A la tercera expresión equivalente se le puede efectuar un pequeño cambio que consiste en reemplazar el y por: $(a + b \cdot x_i)$ y queda:

$$\text{Min } F = \text{Min} \sum (y_i - a - bx_i)^2$$

Para encontrar el mínimo de la sumatoria de los errores elevados al cuadrado, se recurre a las derivadas parciales. Realmente habría que derivar tantas veces como lo indique la sumatoria o sea (n veces). Sin embargo dado que los valores de la función son todos iguales bastará solo con una derivada ya que las restantes darán idénticos resultados.

En vista que existen dos parámetros ("a" y "b"), es necesario calcular dos derivados.

$$\frac{\delta F}{\delta a} = 2\,(y_1 - a - bx_1) \cdot (-1) + \text{--------} + 2\,(y_n - a - bx_n)\cdot(-1)$$

y para b:

$$\frac{\delta F}{\delta b} = 2\,(y_1 - a - bx_1)\,(-x_1) + \text{-------} + 2\,(y_n - a - bx_n)\cdot(-x_n)$$

Aplicando sumatoria e igualando a cero para volver a derivar y encontrar el mínimo, se reordenan los términos de la ecuación y se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i) = 0$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i \cdot x_i - ax_i - bx_i^2) = 0$$

Aplicando término a término la operación sumatoria y despejando se obtienen finalmente las ecuaciones normales del ajuste a una recta:

$$\sum y_i = na + b \sum x_i$$

$$\sum y_i x_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2$$

b) Simplificación de las ecuaciones normales del ajuste a una recta, al centrar las observaciones en el tiempo.

Supóngase a través de un sencillísimo ejemplo que se dan la siguiente información:

x_i MESES	y DEMANDA	x_i VARIABLE AUXILIAR
Enero	169	- 2
Febrero	180	- 1
Marzo	135	0
Abril	213	1
Mayo	181	2
$\sum$	878	0

De acuerdo a las ecuaciones normales antes obtenidas se tendría para el presente caso en cambio:

$$\boxed{\begin{aligned} \sum y_i &= n \cdot a \\ \sum y_i \cdot x_i &= b \sum x_i^2 \end{aligned}}$$

con lo cual al despejar para obtener el valor de los parámetros se llega a que:

$$a = \frac{\sum y_i}{n} \qquad\qquad b = \frac{\sum y_i\ x_i}{\sum x_i^2}$$

A continuación se reemplazará levemente la nomenclatura utilizada en la metodología matemática ~ estadística, por una nomenclatura y una simbología particular que se emplea generalmente en las series de tiempo, sin perder en caso alguno la validez de los conceptos anteriormente citados.

NOMENCLATURA QUE SE UTILIZA EN EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS AL APLICARSE A SERIES CRONOLOGICAS

a) La variable independiente "x" se la reemplazará por la letra "t" q que indicará el tiempo. (mes, año, día, semana, etc).

b) La suma total de la variable dependiente simbolizada anteriormente por y, se reemplazará aquí por la letra T la que se referirá a la demanda total de período considerado.

c) Del momento que la variable tiempo "t" se centra, la suma total corresponderá algebraicamente a la suma de los primeros números naturales, propiedad que será aprovechada para deducciones posteriores. Lo mismo cuando dicha variable está elevada al cuadrado, co corresponderá aplicar la fórmula específica de la suma de los primeros números naturales al cuadrado, con el mismo fin.

d) N= número total de períodos.

e) S= total donde la demanda de cada mes está ponderada por el número de meses, a partir del centro u origen de trabajo.

Luego con la introducción de esta nueva nomenclatura, algunas fórmulas permanecen invariables y otras se alteran solo en su presentación, no en su significado.

FORMULAS Y DERIVACIONES

Las fórmulas generales que aquí se presentan, tienen por objetivo minimizar la suma de los cuadrados de los errores entre la demanda observada actual y el ajuste representado por un valor específico de la línea recta. La inclinación de la recta se interpreta como una medida de la magnitud de la tendencia que sigue la demanda.

Se representará la demanda real por una serie cuyo valor correspondiente al mes t-ésimo se simbolizará por x(t). Se desea encontrar los valores de los coeficientes a y b de tal manera que la recta:
$y(t) = a + b \cdot t$ minimice la suma de los cuadrados de los errores:
$e(t) = y(t) - x(t)$, donde t corresponde a cada uno de los valores de N más redientes. Dado que es conveniente cambiar el origen del tiempo y centrarlo al medio de todo el período considerado en el cual se calcule el promedio, entonces la suma de los períodos será: $\sum t = 0$
y la suma de sus cuadrados será: $\sum t^2 = N(N^2 - 1)/12$

Siguiendo con el análisis corriente del método de los minimos cuadrados se verá que los coeficientes ó parámetros serán ahora:

$$a = \frac{T}{N} \qquad\qquad b = \frac{12\,S}{N\,(N^2 - 1)}$$

donde T represente la demanda total en los N meses pasados y S es un total en donde la demanda de cada mes estará ponderada por el número de meses a partir del centro u origen de trabajo.

Ecuación de la recta: $y(t) = a + b \cdot t$

Ecuaciones normales no centradas:

$$\boxed{\begin{aligned} \sum y\ (t) &= Na + b\sum t \\ \sum y\ (t) \cdot t &= a\sum t + b\sum t^2 \end{aligned}}$$

Centrando, las nuevas ecuaciones serán:

$$\boxed{\begin{aligned} \sum y\ (t) &= N \cdot a \\ \sum y\ (t) \cdot t &= b\sum t^2 \end{aligned}}$$

despejando de los parámetros:

$$a = \frac{\sum y\ (t)}{N} \qquad\qquad b = \frac{\sum y\ (t) \cdot t}{\sum t^2}$$

sin embargo las expresiones que se daban para los parámetros (a) y (b) eran diferentes. En el caso del parámetro (a) es fácil llegar a la expresión anterior: ya se dijo que se representará por una T a la expresión: $\sum y\ (t)$ luego: $a = T/N$. Sin embargo no es tan fácil visualizar la equivalencia de fórmulas para el parámetro (b). Siguiendo paso a paso el desarrollo se logrará empero comprenderlo con la ayuda de una simple tabla:

t	t^2	y(t)	y(t) · t
-3	3^2	y(-3)	y(-3) (-3)
-2	2^2	y(-2)	y(-2) (-2)
-1	1^2	y(-1)	y(-1) (-1)
0	0^2	y(0)	y(0) (0)
1	1^2	y(1)	y(1) . (1)
2	2^2	y(2)	y(2) . (2)
3	3^2	y(3)	y(3) . (3)
0		T	S

donde: $T^2 = 0^2 + 2\,(1^2 + 2^2 + 3^2) = 2 \cdot \frac{n(n+1)\,(2n+1)}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$

Pero: $N = 2n + 1$ y por otra parte: $n = \frac{N-1}{2}$

Luego reemplazando por estas últimas equivalencias, resulta:

$$t^2 = \frac{\frac{N-1}{2}\quad \frac{N-1}{2} + 1 \quad \frac{N-1}{2} + 1}{3\;.4} \;.\; 4 = \frac{(N-1)(N+1)(N)}{12} =$$

$$= \frac{N(N^2-1)}{12}$$

por consiguiente, tal como se dijo antes que se reemplazaría la expresión: $\sum y(t) \cdot t$ por una S; y como se tiene la última deducción de la t^2, al reemplazarla se obtiene:

$$b = \frac{y\,(t) \cdot t}{t^2} = \frac{12 \cdot S}{N(N^2 - 1)}$$

por lo tanto:

$$\boxed{y\,(t) = \frac{T(t)}{N} + \frac{12\,S}{N\,(N^2 - 1)} \;.\; t}$$

3.1.1.2. METODO DE LOS PROMEDIOS MOVILES

Este método intenta eliminar por lo menos en forma parcial el efecto de las fluctuaciones accidentales que provocan cambios bruscos y que no permiten en consecuencia apreciar claramente la tendencia. La aplicación del método de los Promedios Móviles a la información original, permite obtener los valores que representan el efecto del factor que determina la variación regular.

Suponiendo una relación de dependencia definida entre el factor tiempo y otra variable, se puede obtener una aproximación del valor de la tendencia al aplicarle a la nube de puntos del diagrama de dispersión, una cierta curva o línea. Dicha línea que reflejará una tendencia se obtiene mediante este método de los promedios móviles. Dicho de otra manera, este método logra suavizar las fluctuaciones o saltos bruscos reflejados por las observaciones tomadas en forma individual, esto lo logra mediante la eliminación de los valores extremos por una parte y por otra, reemplazando la serie original de datos por una nueva serie que está representada por promedios de los datos originales, promedios que se pueden obtener entre dos observaciones o más. Se logra así una cantidad menor de valores pero menos discrepantes en magnitud entre ellos.

Desventajas del Método de los Promedios Móviles

Pueden eliminarse las variaciones cíclicas fácilmente y obtener así la tendencia cuando tales variaciones son relativamente fáciles de detectar y regulares en su amplitud. En tales circunstancias el número de observaciones que se promediarán es de fácil elección. En cambio cuando no existen estas condiciones ideales de "periodicidad y "amplitud" constante, el promedio móvil es ambiguo y su interpretación menos sencilla, dificultándose la elección de un periodo para el promedio.

Cuando la tendencia de la serie de datos se aparta de la línea recta, aparece una nueva dificultad. Si la tendencia de una serie es convexa respecto al origen de coordenadas cartesianas, el promedio móvil excederá siempre al valor real de la tendencia y lo inverso si ocurre lo contrario.

El ideal es que el promedio móvil se base por regla general en un período igual, por lo menos, al del ciclo y que cuanto más amplio sea el período abarcado, más estabilidad representará el promedio en el caso de tendencia rectilinea. En casos no rectilineos la metodología a seguir es distinta. Otra de las desventajas más notables del método de los promedios móviles para obtener la tendencia radica en la pérdida de la información por el mero hecho de promediar observaciones.

Sin embargo, si el método de los promedios móviles presenta desventajas como las ya enunciadas, debe señalársele su objetivo central el cual consiste en suavizar la serie de tiempo obteniéndose tan solo una visualización empírica y NO UNA ECUACION MATEMATICA DEL COMPORTAMIENTO DEL FENOMENO. Esto último que por un lado representa una limitante, por otra constituye una cualidad ya que la principal ventaja que presenta este método es el de la flexibilidad que es mayor que las que se obtienen con las ecuaciones matemáticas, aparte lógicamente de la facilidad del cálculo pues no exige conocimientos avanzados de estadística o matemática.

MECANICA DEL METODO DE LOS PROMEDIOS MOVILES

Definición: Si se designan por x_1, x_2----------, x_n las observaciones de una serie de tiempo, entonces un promedio móvil de longitud k, es la serie de sucesivas medias de la observaciones consecutivas. Es decir, la serie de promedios móviles es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_k}{k} \qquad \bar{x}_2 = \frac{x_2 + x_3 + \cdots\cdots x_{k+1}}{k} \qquad \bar{x}_3 = \frac{x_3 + x_4 + \cdots + x_{k+2}}{k}$$

Como los valores de estas medias $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$,.... están basadas sobre k observaciones, ellos quedan centrados, en un gráfico, en el punto equidistante del conjunto de observaciones que entraron en el cálculo de la media. Así, si k = 7, entonces $\bar{x}_1$ queda centrada en x_4 ;

análogamente, $\bar{x}_2$ está centrada en x_5, y así sucesivamente. Si k = 8 entonces $\bar{x}_1$ queda centrada equidistiante de x_4 e x_5; análogamente $\bar{x}_2$ queda centrada en el punto medio entre x_5 y x_6, etc.

El método de promedios móviles se basa sobre el hecho que si una serie cronológica es afectada por fluctuaciones estacionales correspondientes a los 12 meses del año, un promedio móvil de 12 términos debe eliminar estas fluctuaciones.

Definición: En una serie de tiempo cualquiera, la estacional específica para una observación dada, es el número índice, cuya base es el promedio móvil centrado en dicha observación.

Ejemplo: El número de obreros agrícolas contratados en la Costa del Pacífico (en miles, fue para 1969)

AÑO	MESES											
	EN.	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AG	SEP	OCT	NOV	DIC
1939	156	156	158	198	205	237	260	317	380	255	210	165

En una serie de tiempo trimestral, se usan cuatro promedios móviles trimestrales, para determinar las estaciones específicas de cada trimestre.

El método de los promedios móviles, no permite el cálculo de los promedios móviles para los primeros y últimos tres meses de la serie de tiempo analizado. Esta desventaja del método no es grave cuando se trabaja con una serie de tiempo que cubre un período extenso, ya que la omisión de unas pocas estacionales específicas al comienzo y al fin de las series, prácticamente no influye mayormente en el cúmulo de resultados

DESARROLLO DEL EJEMPLO:

AÑO Y MES 1969	OBSERVACION	TOTAL MOVIL DE 3 MESES	PROMEDIO MOVIL DE TRES MESES
ENERO	156		
FEBRERO	156	470	156,67
MARZO	158	512	170,67
ABRIL	198	561	187,00
MAYO	205	640	213,33
JUNIO	237	702	234,00
JULIO	260	814	271,33
AGOSTO	317	957	319,00
SEPTIEMBRE	380	952	317,33
OCTUBRE	255	845	281,67
NOVIEMBRE	210	630	210,00
DICIEMBRE	165		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Meses	Nueva Demanda	Antigua Demanda	Demanda Total	Promedio Movil	Pondera ción	Total Ponder.	Correc ción	Demanda Esperada	Demanda Período	Proyec ción	Error
T	Y.(t) (dado)	Y(t-5)	T(t)	(4):N	$\frac{N-K}{2}$	$\frac{N-K}{2}.y(t-j)$ S(t)	$(7).\frac{6}{N(N+1)}$	Y(t) = (5)+(8)			(10-11)
ENERO 56	169				-2	-338/-338					
FEBR.	180				-1	-180/-518					
MARZO	135				0	0/-518					
ABRIL	213				1	213/-305					
MAYO	181		878	175,6	2	362/+57	11,4	187,0	352	391	-39
JUNIO	148	169	857	171,4		-18	-3,6	167,8	432	330	102
JULIO	204	180	881	176,2		73	14,6	190,8	453	404	49
AGOSTO	228	135	974	194,8		53	10,6	205,4	423	427	-4
SEPTIEM	225	213	986	197,2		168	33,6	230,8	398	512	-114
OCTUBRE	198	181	1003	200,6		121	24,2	224,8	387	486	-99
NOVIEM.	200	148	1055	211,0		-38	-7,6	203,4	349	395	-46
DICIEM.	187	204	1038	207,6		-107	-21,4	186,2			
ENERO 57	162	228	972	194,4		-137	-27,4	167,0			
FEBRERO											
MARZO											

NUMEROS DE PERIODOS = N = 5. Por lo tanto: $\boxed{\frac{6}{N(N+1)} = \frac{1}{5}}$ $\boxed{\frac{N-1}{2} = 2}$ $\boxed{\frac{N+1}{2} = 3}$

EJEMPLO APLICADO DE UNA DERIVACION ESPECIAL DEL METODO DE LOS PROMEDIOS MOVILES EN EL SUAVIZAMIENTO DE UNA SERIE CRONOLOGICA.

3.1.1.2.1. CASO ESPECIAL DEL METODO DE LOS PROMEDIOS MOVILES EN EL SUAVIZAMIENTO DE UNA SERIE CRONOLOGICA.

DESARROLLO DEL EJEMPLO

OBJETIVO:

Se desea observar cómo éste Método que representa un caso especial del Método de los Promedios Móviles. "SUAVIZAN" las fluctuaciones aleatorias de las observaciones que en este caso particular representa cierta demanda.

PROCEDIMIENTO:

Obtenga de cualquier fuente de información, una serie cronólogica de la demanda de algún artículo. En la:

COLUMNA (1): Anote los meses (años, semanas, etc) en que se ha denominado el artículo.

COLUMNA (2): NUEVA DEMANDA= Anote la demanda correspondiente de cada mes.

COLUMNA (3)= ANTIGUA DEMANDA= Anote la demanda que se verificó en los (N+1) meses previos N es el número de meses del promedio móvil (en este ejemplo: 5).

COLUMNA (4): DEMANDA TOTAL= Comience sumando la demanda de los primeros N meses. Luego tome el último total calculado en dicha columna (4), agréguele la cifra siguiente de la columna (3) del mismo mes. El resultado anótelo en la columna (4). El.: 878 + 148 - 169 =857.

COLUMNA (5): PROMEDIO MOVIL = Divide la cifra de la columna (4) por N

COLUMNA (6): PONDERACIONES= Comience en la enésima línea; o sea la quinta y calcule: N-1/2. Trasládese hacia arriba una línea y anote la cifra anterior pero habiéndole restado una unidad previamente. Continúe le proceso idénticamente hasta llegar al tope de arriba de la columna. Tanto la primera como la última cifra tendrán la misma magnitud pero serán de signos opuestos. Si N es impar, las cifras resultantes serán enteros. Si N es par, las ponderaciones terminarán en 0,5

COLUMNA (7): TOTAL PONDERADO= Resulta de multiplicar la ponderación de la columna (6) por la demanda de la columna (2) y sumando tales multiplicaciones (la recién hecha con la de arriba). Luego para calcular la cifra siguiente de esta columna (7) tome la cifra de la fila anterior, réstele la cifra de la columna (4) también correspondiente al mes anterior, agréguele: (N-1)/2 veces la nueva demanda (columna (2) mes actual) Ejemplo: 57-878+2 · 148 + 3 · 169 = 18.

COLUMNA (8): CORRECCION= Comenzando con el N - ésimo mes, multiplique la cifra de la columna (7) por 6/N(N+1). La tendencia será 2/N-1 veces esta corrección.

COLUMNA (9): DEMANDA ESPERADA= Sume las cifras de las columnas (5) y (8) con el objeto de obtener la estimación correcta del valor actual estimado.

COLUMNA (10): DEMANDA PERIODO= Es la suma de la demanda actual del periodo considerado, pero tomando los dos meses siguientes al que se está calculando. Ej.: Para calcular Mayo, se suman las cifras de la columna (2) correspondientes a Junio y Julio: 148 + 204 = 352.

COLUMNA (11): PROYECCION= Si se supone que la tendencia continúa, la proyección de la demanda total, será L veces la estimación del valor actual: (columna (9) más L(L+1/N-1 veces la corrección columna (8) Por ejemplo: 2 · 187,0 2 · 189,0 + 1,5 · 11,4 = 391,1 cifra que se redondea a 391.

COLUMNA (12): ERROR= Reste la cifra de la columna (11) de la columna (10). La proyección intervalo se evaluará a través de la desviación estándar de estos errores cuyo promedio deberá ser cercano a cero. De calcularse la desviación estándar de los errores proyectados para diferentes muestras, utilizando la misma demanda pero distintos números de períodos, se podrá seleccionar aquél intervalo promedio que de el resultado mas exacto. Recuérdese que una de las fórmulas mediante se deriva la desviación típica, es la de la varianza cuya expresión matemática es:

$$\sigma^2 = \frac{n \sum y^2 - (\sum y)^2}{n(n-1)}$$