

PROPAGACION DE CRECIDAS.

A.- INTRODUCCION:

El estudio de la propagación de crecidas, tiene importancia en Hidrología y en sus aplicaciones a la Ingeniería Hidráulica, por cuanto es posible reproducir el hidrograma de una crecida en diversos puntos de un río en base a una predicción de la variación del movimiento y cambio de forma de la onda de crecida a medida que ésta se propaga aguas abajo.

El conocimiento de este fenómeno permite por ejemplo, tener la información completa para evaluar los efectos de un embalse en la modificación de una crece, pudiendo así decidir su mejor ubicación, capacidad y diseño de las obras de salida y de evacuación, o bien permitir el diseño adecuado y económico de obras de defensa fluvial y la predicción general de crecidas a corto plazo en algunos puntos críticos aguas abajo, en base al conocimiento anticipado del hidrograma aguas arriba. Los procedimientos para evaluar los efectos de propagación de crecidas en cauces naturales y su consideración en las etapas de diseño, operación y predicción tienen por lo tanto, una gran importancia económica.

Los procedimientos de rastreo, tienen además otra gran importancia en Hidrología. Si se considera la lluvia o el derretimiento de nieves como el insumo al sistema de cauces de la cuenca, se puede efectuar el rastreo de este componente por medio de alguna de las técnicas que se indicarán más adelante y estimar así el hidrograma de salida de la cuenca. Este punto se aclarará oportunamente.

Los procedimientos para estudiar y determinar la propagación de crecidas, las denominaremos "técnicas de rastreo de crecidas" (flood routing) o simplemente "rastreo" y las definiremos como aquellos procedimientos por medio de los cuales se determina el tiempo y la magnitud de una onda de crecida en una sección de un cauce, a partir de datos equivalentes conocidos o estimados en una o más secciones aguas arriba. Los procedimientos de rastreo pueden clasificarse en dos grandes categorías: rastreo de crecidas a través de embalses (efecto regulador del embalse) y rastreo de crecidas en cauces naturales o artificiales sin control de embalse.

El estudio y análisis teórico del movimiento de una onda de crecida de un cauce es bastante complejo. Para un cauce natural la solución matemática e hidráulica del fenómeno es casi impracticable hoy en día, debido a la dificultad de resolver las ecuaciones diferenciales del movimiento impermanente para los casos y condiciones generales encontrados en la práctica, a no ser que se recurre a una serie de hipótesis simplificatorias. Estas hipótesis, en que se desprecia por ejemplo, la fricción y la pendiente del cauce, hacen que los procedimientos "hidráulicos de rastreo" (o rastreo hidráulico) hayan tenido menos aceptación hasta hace muy poco para resolver problemas prácticos hidrológicos. Por lo tanto, como contrapartida, se han desarrollado una serie de métodos de rastreo "hidrológico", basados fundamentalmente en la solución y manipulación de la ecuación de continuidad.

Sin embargo, los métodos de rastreo hidrológico presentan, a su vez, limitaciones por cuanto no permiten considerar el efecto de las olas en la regulación de una crecida por un embalse ni el efecto de un eje hidráulico cuando una onda de crecida se aproxima a una confluencia con un tributario.

Junto a estos dos tipos de métodos generales para tratar el problema de la propagación de crecidas, se han desarrollado una serie de modelos analógicos que mediante circuitos eléctricos (computadores analógicos) permiten estudiar complicados problemas de propagación de crecidas en hoyas hidrográficas completas.

En este capítulo se explicarán las características básicas del proceso de propagación de una onda de crecida en un cauce natural, estableciendo los principios hidráulicos y físicos del fenómeno. Conjuntamente se desarrollarán los fundamentos generales en que se basan los métodos hidrológicos y luego se explicarán algunos de los diferentes métodos de este tipo que se han propuesto. Finalmente, se considerará el rastreo a través de embalses y se hará referencia al uso de computadores analógicos en el estudio de la propagación de crecidas.

El capítulo tiene por objeto establecer principios fundamentales y características básicas del proceso de propagación. En relación a métodos y procedimientos específicos, sólo se pretende fijar las características principales de ellos, sus ventajas y limitaciones. Para detalles más específicos, sobre todo en relación a técnicas de rastreo hidráulico deberá recurrirse a la bibliografía especializada.

B.- CARACTERISTICAS GENERALES DE UNA ONDA DE CRECIDA.-

En un canal o en un cauce natural el principal tipo de ondas * que pueden ocurrir son las llamadas ondas de translación. Las ondas de translación son ondas de gravedad que se propagan en un canal o en un cauce natural con desplazamiento apreciable de las partículas de agua en la dirección paralela al escurrimiento. Una crecida en un río genera una onda de translación que se desplaza a lo largo del cauce y esta propagación se rige por las leyes del movimiento impermanente gradualmente variado.

En el movimiento impermanente gradualmente variado la curvatura del perfil de la onda, es suave y el cambio de altura del agua se produce gradualmente. Además la componente vertical de la aceleración de las partículas, es despreciable en comparación con la aceleración total y el efecto de fricción es apreciable. En otras palabras, en una onda de crecida en un cauce natural predominan las fuerzas de fricción sobre las fuerzas de aceleración.

* Se definirá como onda, a la fluctuación que experimenta la superficie del agua en un fluido.

Sin embargo, si el cauce es de gran pendiente y está relativamente seco, y se produce un chubasco de extrema intensidad o queda sujeto al efecto artificial brusco de una obra hidráulica, la onda de crecida que se genera, puede estar regida por las leyes del movimiento rápidamente variado, en que predominan las fuerzas de momento y aceleración sobre las de fricción, y la curvatura del perfil de la onda es muy grande. Esta situación es muy rara de encontrar en la práctica para las condiciones de cauce dadas antes y por lo tanto, solo consideraremos el primer tipo de movimiento mencionado.

Durante la propagación, la onda de crecida queda sujeta a dos efectos: una translación simple (flujo uniformemente progresivo) y al efecto de embalse o efecto regulador del cauce. El efecto de translación pura no produce un cambio de forma del hidrograma de la crecida, sino que solamente un desplazamiento de él en el tiempo. El efecto regulador del cauce se refiere a las propiedades de embalse que tenga el tramo de río considerado. En un embalse ideal, la profundidad del agua debe ser muy grande y la superficie del agua debe ser plana. Aunque la velocidad del agua en este embalse tenderá a cero, el efecto de un volumen de agua afluente se transmitirá instantáneamente a todos los puntos del embalse. En un embalse de este tipo, mientras el volumen afluente aumente, el volumen efluente será menor, ya que se requiere cierta cantidad de agua para ir llenando el embalse. El nivel de agua en el embalse aumentará hasta que el gasto de entrada se iguale al de salida, que en ese momento será máximo.

Estas características se pueden expresar gráficamente mediante la siguiente figura:

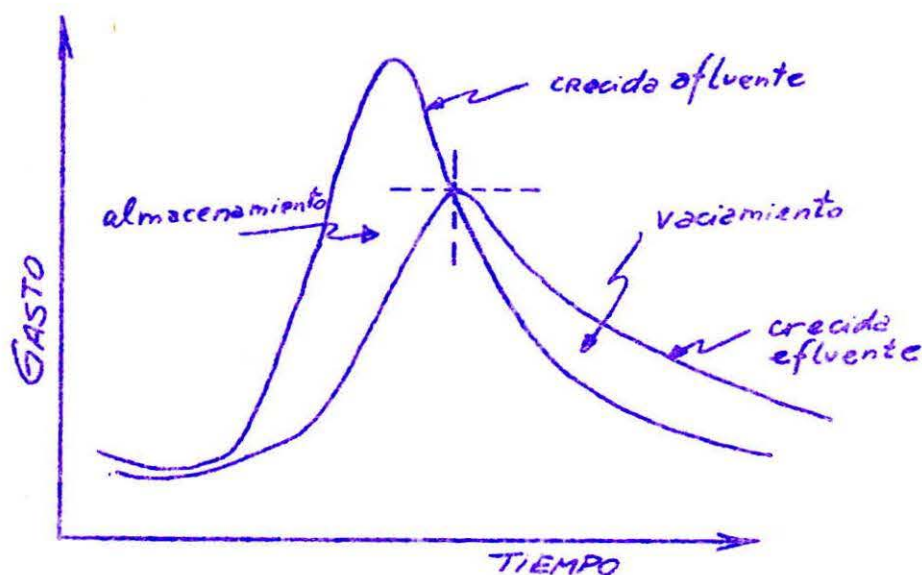


Fig. 1

En un embalse ideal de este tipo, el almacenamiento es una función del gasto de salida solamente, y se produce un notable amortiguamiento de la onda de entrada. Este efecto se denomina efecto regulador o efecto de embalse.

En las ondas de crecida que se generan en cauces naturales, las características de la propagación son, en general, intermedias entre los dos efectos señalados, es decir, se produce una combinación del efecto de translación puro y del efecto regulador puro del cauce.

Existen además otras características básicas de las ondas de crecida naturales que complican el estudio de su propagación por medio de procedimientos teóricos basados en las leyes de la hidráulica. Estas características se pueden resumir en los siguientes puntos:

- i) Las ondas naturales de crecida no se generan instantáneamente.
- ii) Las ondas naturales de crecida no se generan en un punto, ya que corresponden al efecto acumulativo de la lluvia efectiva y de la escorrentía superficial (overland flow) que se incorporarán en forma distribuida a lo largo de los cauces de la cuenca. Ello introduce la complicación de tener que considerar una alimentación o gasto lateral a una onda durante su propagación por el cauce.
- iii) Las ondas naturales de crecida, siendo generadas por lluvias que varían en el tiempo y en el espacio y que constituyen un insumo a un sistema (cuenca) de comportamiento y características complejas, difieren de las ondas monoclinales estudiadas en Hidráulica, ya que aumentan hasta un "peak" que se mantiene por un tiempo corto en relación al tiempo de subida y luego se produce una recesión relativamente lenta.
- iv) Además la crecida puede ser compleja de manera que pueden superponer varios "peaks" secundarios en la onda principal.

A medida que se propaga por un cauce, la forma de la onda de crecida depende a su vez, de una serie de factores que es necesario tener en cuenta para visualizar y comprender mejor el proceso de propagación y por lo tanto, para aplicar convenientemente las técnicas de rastreo y extraer conclusiones que sean válidas y realistas. Entre los factores más importantes se pueden mencionar:

- i) Tasa de variación de la rama ascendente: (curva de concentración del hidrograma) Una tasa de variación grande en la rama ascendente del hidrograma, provoca una disipación rápida de la primera parte de la crecida y consecuentemente, un mayor retardo en el "peak".
- ii) Magnitud del "peak": El almacenamiento en el cauce por unidad de altura de agua, aumenta con el nivel del agua y por lo tanto, los mayores "peaks" se amortiguan o reducen más que los "peaks" menores.
- iii) Pendiente del cauce: Mientras mayor sea la pendiente del cauce, mayor será la velocidad y menor la altura del agua. Por lo tanto, el almacenamiento y el efecto de amortiguamiento del "peak" será menor; lo mismo ocurre si la sección del cauce aguas abajo es pequeña.
- iv) Nivel de agua abajo: Si el nivel está decreciendo aguas abajo, al iniciarse la propagación de la crecida aguas arriba, una parte de la curva de concentración de la crecida se "empleará" en mantener un flujo permanente y el efecto de la propagación será menos evidente.
- v) Longitud del tramo de río considerado: Como en general el almacenamiento de un cauce varía de acuerdo a una potencia fraccionaria de la longitud del río, mientras mayor sea la longitud del tramo, mayor será el amortiguamiento de la onda de crecida.

- vi) Longitud del "peak": Mientras mayor sea la longitud del "peak", es decir, mientras más "plano" sea el hidrograma de la crecida cuya propagación se está estudiando, menor será el efecto de amortiguamiento.

C.- TEORIA HIDRAULICA GENERAL. FUNDAMENTOS DEL RASTREO HIDRAULICO.

Las ecuaciones básicas que rigen el proceso de propagación de una onda de crecida, son las que corresponden al movimiento impermanente gradualmente variado. Estas ecuaciones son la ecuación de continuidad y la ecuación de energía, que fueron originalmente desarrolladas por Saint-Venant.

Estas ecuaciones se derivan a continuación:

1.- La ecuación de continuidad o de conservación de las masas:

Consideremos un tramo de río esquematizado como indica la siguiente figura:

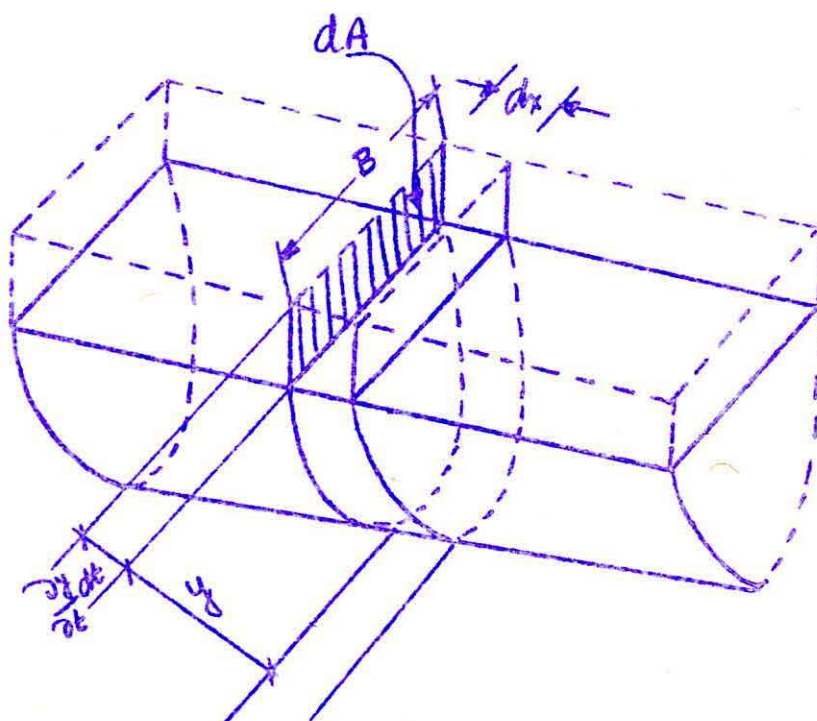


Fig. 2

La ecuación de continuidad se establecerá considerando la conservación de masas en el tramo infinitesimal "dx".

Si "y" es el nivel original en el tramo la variación del nivel de agua en el tiempo "dt" será $\frac{\partial y}{\partial t} dt$:

Luego, el cambio de la capacidad de almacenamiento en "dt" será

$$B dx \frac{\partial y}{\partial t} dt$$

en que B es el ancho superficial del cauce.

Análogamente el cambio de gasto en la distancia "dx" será $\frac{\partial Q}{\partial x} dx$ y por lo tanto, en un tiempo "dt" el cambio de volumen de agua en el espacio "dx" será

$$\frac{\partial Q}{\partial x} dx dt$$

Como el agua puede considerarse incompresible, el cambio de almacenamiento más el cambio de volumen de agua debe ser igual a cero. Luego

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right) dx dt + B dx \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) dt = 0$$

si $B dy = dA$ y $y \neq f(t)$ se tiene finalmente que

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

o bien

$$V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

en que V es la velocidad media y A es el área de la sección considerada.

2.- La ecuación de energía para el movimiento impermanente. (gradualmente variado).

La ecuación de energía para el movimiento impermanente se desarrollará en forma simplificada para el caso de flujo bidimensional, haciendo referencia a la siguiente figura:

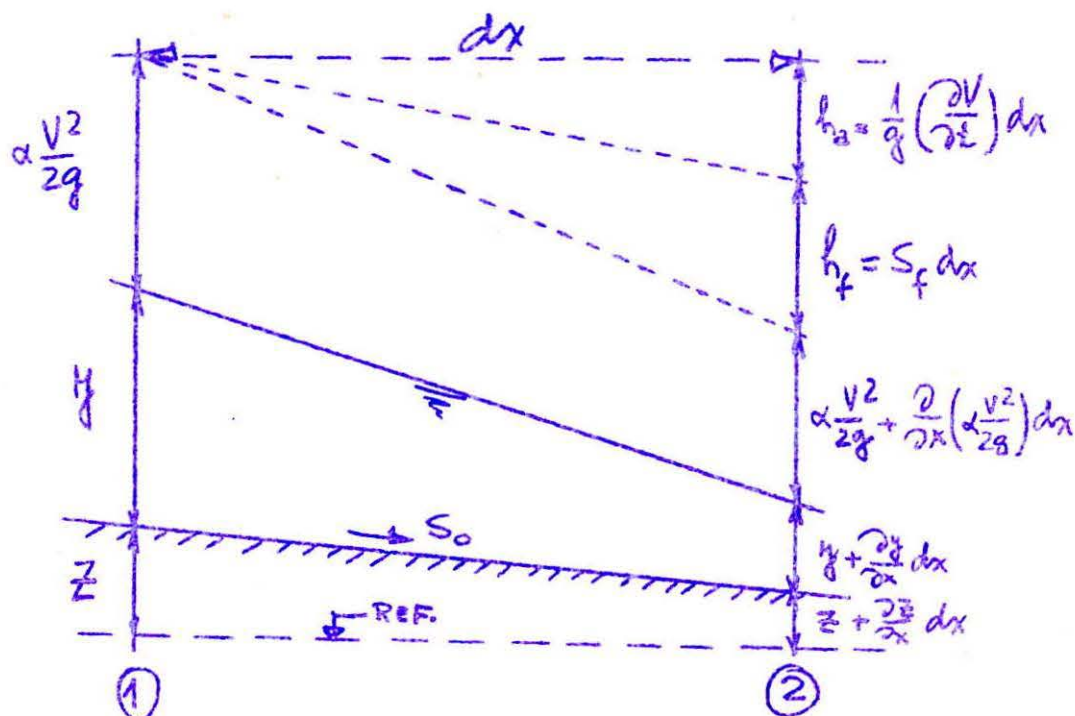


Fig. 3

En ella se consideran dos secciones de un tramo de río, distanciadas en "Ux". Puede observarse de la figura que el esquema sólo difiere del usualmente usado en el caso de movimiento permanente gradualmente variado, en la consideración de la variación de la velocidad con el tiempo, que produce una aceleración del flujo y consecuentemente una fuerza que provoca una pérdida adicional, h_a .

Por lo tanto, la aceleración $\partial V / \partial t$ que actúa sobre una masa unitaria de agua, provocará una fuerza igual a $\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$ en que "g"

es la aceleración de gravedad y V la velocidad del agua. El trabajo que produce ésta fuerza en la dirección x y en el trayecto dx será

$$h_a = (1/g) \frac{\partial V}{\partial t} dx$$

y corresponde lógicamente a la pérdida de energía h_a , ocasionada por la aceleración. Como se trata de movimiento impermanente gradualmente variado, se ha despreciado la componente vertical de la aceleración.

Estableciendo la igualdad de energía entre las secciones 1 y 2 consideradas en la figura anterior, se llega a la siguiente expresión:

$$z + y + \frac{V^2}{2g} = z + \frac{\partial z}{\partial x} dx + y + \frac{\partial y}{\partial x} dx + \alpha \frac{V^2}{2g} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right) dx + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} dx + S_f dx$$

en que α es el coeficiente de Coriolis y S_f es la pendiente de la línea de energía, provocada por las pérdidas de fricción. Simplificando la relación anterior se llega a:

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\alpha V}{2g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x} + S_f = 0$$

que constituye la ecuación dinámica del movimiento impermanente gradualmente variado.

Las dos ecuaciones anteriormente desarrolladas, son difíciles de integrar debido a su complejidad matemática y a la dificultad de disponer de los parámetros geométricos e hidráulicos correspondientes.

Para aplicaciones prácticas la solución de estas ecuaciones se aborda por métodos numéricos basados en diferencias finitas, y efectuando una serie de hipótesis simplificadoras con respecto al régimen hidráulico.

Usualmente las dos ecuaciones básicas anteriores se combinan con otras dos ecuaciones diferenciales que definen el fenómeno en cuestión. Estas ecuaciones son:

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x} dx + \frac{\partial y}{\partial t} dt$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial t} dt$$

Es decir, la variación total del nivel y de la velocidad del agua es igual a la suma de las variaciones parciales correspondientes, que se deben a las variaciones de distancia y de tiempo.

Combinando las cuatro ecuaciones diferenciales deducidas más atrás, se ha desarrollado el método de las ecuaciones características, que permite resolver numéricamente el problema hidráulico de la propagación de crecidas. Este método, como así también el método de la difusión analógica, no tienen especial aplicación más que en problemas hidráulicos en que se pueda conocer las variaciones geométricas e hidráulicas del lecho y en que se puedan efectuar algunas simplificaciones, como ya se ha hecho notar. Por estos motivos, su explicación y desarrollo están fuera de los objetivos y límites de este curso, y sólo corresponde hacer referencia a la bibliografía correspondiente:

- a) "Water Waves" de J.J. Stoker. Interscience Publishers Inc. New York (1959).
- b) "Open Channel Hydraulics" Ven Te Chow. Mc.Graw Hill (1959)

D.- FUNDAMENTOS DEL RASTREO HIDROLÓGICO:-

Los procedimientos de rastreo hidrológico están basados en la ecuación de continuidad aplicada al tramo finito del río donde se estudia la propagación de la onda de crecida. Esta ecuación expresa que el gasto afluente al tramo, I , es igual al gasto efluente de él, Q , más o menos la tasa de variación del almacenamiento en el tramo, $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, durante el período Δt considerado. Es decir:

$$I = Q + \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Esta ecuación es teóricamente exacta y tiene una solución única. Sin embargo, en las aplicaciones hidrológicas es necesario efectuar algunas transformaciones e introducir ciertas aproximaciones para determinar el cambio de almacenamiento.

Si se designa con el subíndice 1 a los términos correspondientes al comienzo de un período Δt , y con el subíndice 2 los correspondientes al final del período Δt , la ecuación de continuidad se puede escribir como:

$$\frac{(I_1 + I_2)}{2} \Delta t + \frac{(Q_1 + Q_2)}{2} \Delta t = S_2 - S_1$$

o bien

$$(\bar{I} + \bar{Q}) \Delta t = \Delta S$$

Es decir, el promedio del volumen afluente más el promedio del volumen efluente, en un intervalo de tiempo Δt , es igual al cambio de almacenamiento en el mismo período de tiempo. El período Δt se denomina tiempo de rastreo y debe elegirse de manera que tanto el hidrograma de entrada como el hidrograma de salida, queden suficientemente definidos.

La gran mayoría de los procedimientos hidrológicos de rastreo se basan en una ecuación de este mismo tipo. Una vez elegido el tiempo de rastreo, bastará conocer el hidrograma de la onda de crecida afluente del tramo de río considerado, el gasto inicial del hidrograma de salida y el almacenamiento inicial del tramo, para determinar punto a punto (separados en Δt) el total del hidrograma de salida (onda de crecida efluente del tramo) siempre que se conozca directa o indirectamente el valor de almacenamiento al final de cada uno de los periodos Δt . Por lo tanto, el primer punto a considerar en la aplicación de la ecuación de continuidad para el estudio hidrológico de la propagación de una onda de crecida, es la determinación del almacenamiento en el tramo del río y su relación con algún elemento cuantificable del régimen de gastos en él. Para ello existen varios procedimientos, algunos de los cuales se explican a continuación:-

1.- Determinación del almacenamiento en el tramo:

a) Determinación del almacenamiento por métodos topográficos.

Para determinar el almacenamiento en el tramo de río dentro del cual se está estudiando la propagación de crecidas, se divide el tramo en subtramos y el volumen comprendido entre las secciones de río que lo limitan, se obtiene promediando las respectivas superficies extremas para diversas alturas de agua y multiplicando esta cantidad por la longitud del tramo. Dichas mediciones se obtienen en base a perfiles topográficos, obtenidos especialmente en terreno para estos estudios, o en base a un plano topográfico de detalle previamente disponible. Si el subtramo considerado es relativamente corto, el nivel del agua en él se puede suponer horizontal. Si la longitud del subtramo es relativamente larga, el nivel del agua puede suponerse paralelo a la pendiente del lecho o bien puede calcularse de acuerdo al eje hidráulico existente.

De esta manera se pueden obtener una serie de curvas de "altura de agua versus almacenamiento" para todos los subtramos en que se haya dividido el río. Estimando la elevación del nivel de agua en la mitad del tramo, por medio de un cálculo del eje hidráulico por ejemplo, se puede obtener el almacenamiento en cada subtramo y por lo tanto, en todo el tramo de río considerado.

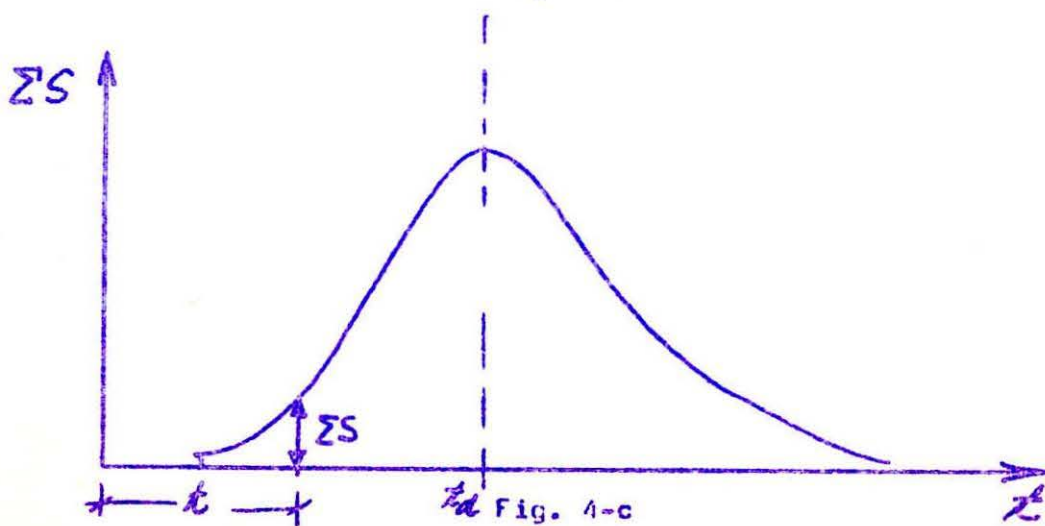
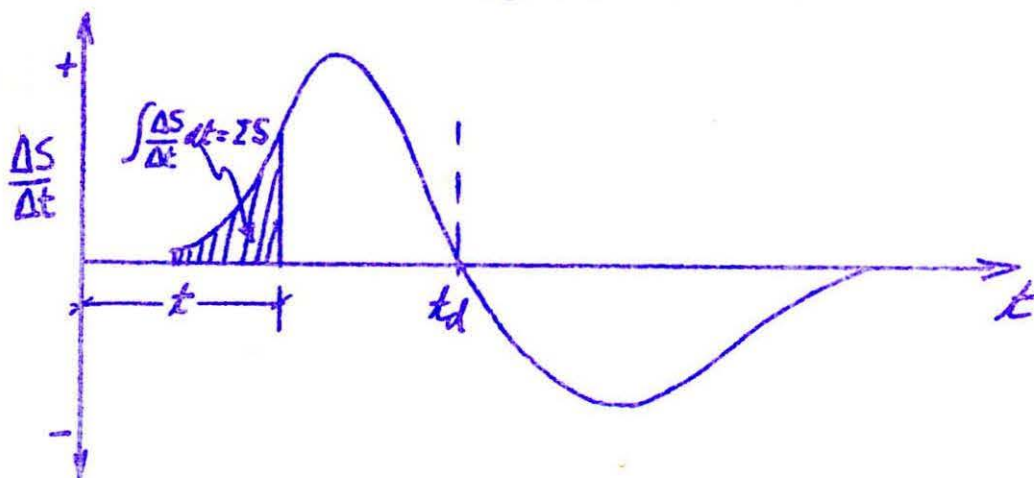
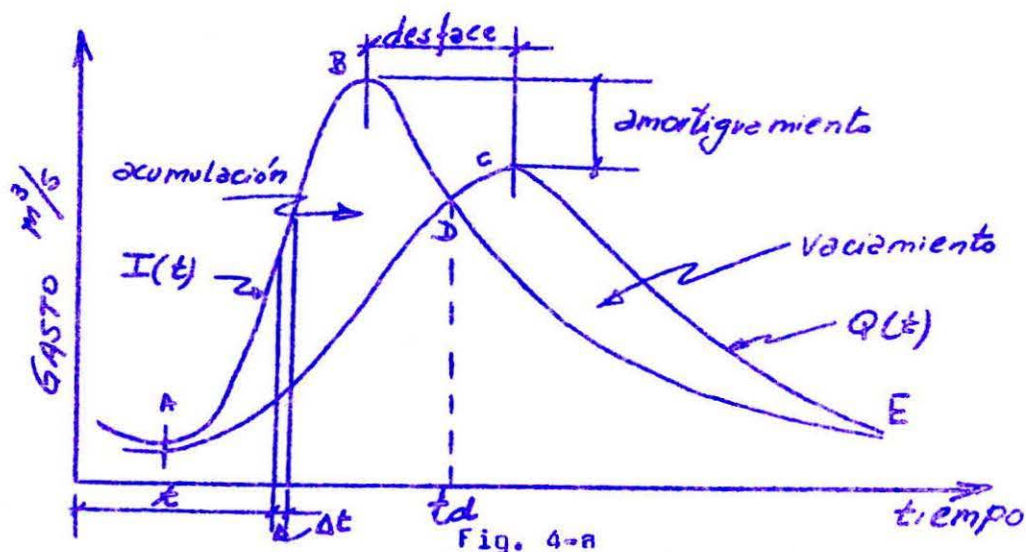
b) Determinación del almacenamiento por medio de Análisis de los Hidrogramas de crecida.

La determinación del almacenamiento por medio de procedimientos topográficos puede ser laborioso y costoso, si se requiere de cierta precisión en los datos. Además el cálculo de ejes hidráulicos es complicado, debido a la variabilidad de los factores geométricos e hidráulicos en los cauces naturales y a la diversidad de combinaciones que pueden existir de las condiciones impermanentes y no uniformes del régimen hidráulico del río.

Por estos motivos, usualmente se recurre a un procedimiento más sencillo y adecuado que consiste en obtener las características de almacenamiento del tramo de río en base al análisis de los hidrogramas de crecidas registrados con anterioridad en la entrada y salida del tramo considerado.

Para explicar este método se supondrá primeramente que entre la entrada y la salida del tramo de río, no existen aportes distribuidos o concentrados intermedios, sino que el hidrograma que se registra a la salida corresponde solamente al efecto de translación y amortiguamiento del hidrograma de entrada y por lo tanto, los volúmenes totales o las áreas bajo los dos hidrogramas son iguales. Más adelante se considerará el problema de aportes intermedios controlados y sin controlar.

Supongamos que se tienen los hidrogramas de entrada y salida, $I(t)$ y $Q(t)$ respectivamente, tal como se indica en la siguiente figura 4-a



Como ya se ha hecho notar, al propagarse la onda de crecida que entra al tramo de río, $I(t)$, se produce un desfase y un amortiguamiento que se refleja en el hidrograma de salida $Q(t)$, y que se debe al efecto de translación y de almacenamiento ya mencionados.

Eligiendo intervalos de tiempo Δt (tiempo de rastreo) que definan adecuadamente los hidrogramas, y por aplicación directa de la ecuación de continuidad anteriormente indicada, se puede calcular la tasa de variación del almacenamiento $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ para diferentes tiempos:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = (I - Q)$$

en que $\bar{I}$ es el gasto medio de entrada durante Δt , y $\bar{Q}$ el gasto medio de salida durante el mismo intervalo.

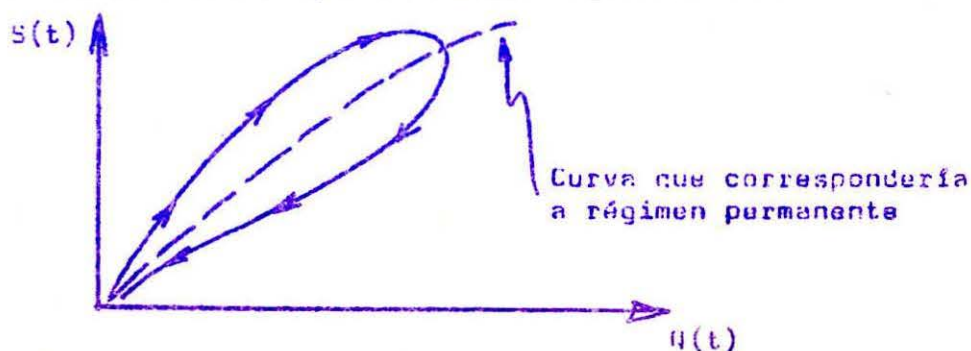
Estos valores aparecen dibujados esquemáticamente en la figura 4-b. En ella se observa que hasta un tiempo $t = t_a$, en que el gasto de entrada se iguale al gasto de salida, el valor de $\Delta s/\Delta t$ es positivo lo que significa que durante este tiempo se ha producido una acumulación de agua en el tramo, ya que los gastos de entrada son mayores que los de salida. Para los tiempos posteriores a t_a , los gastos de salida son mayores que los de entrada y los valores de $\Delta s/\Delta t$ son negativos, ya que se produce un vaciamiento del tramo.

Acumulando los valores de $\Delta s/\Delta t$, hasta cierto tiempo "t" cualquiera dentro de la duración total de la crecida, se obtiene el almacenamiento acumulado en el tiempo "t". Esta curva integral de $\Delta s/\Delta t$ se indica en la figura 4-c. La curva de almacenamiento acumulado pasa por un máximo, que evidentemente corresponde al tiempo en que el gasto de entrada se iguala con el de salida.

Por el procedimiento descrito se pueden obtener las curvas de almacenamiento acumulado de varias crecidas observadas en el tramo de río considerado. Sin embargo, como se ha dicho anteriormente, es necesario relacionar el almacenamiento con algún índice del régimen de gastos en el río, para poder aplicar la ecuación de continuidad en los métodos de rastreo hidrológico que se explicarán más adelante. Este tipo de relaciones las denominaremos "función de almacenamiento" y pueden expresarse en forma gráfica o analítica.

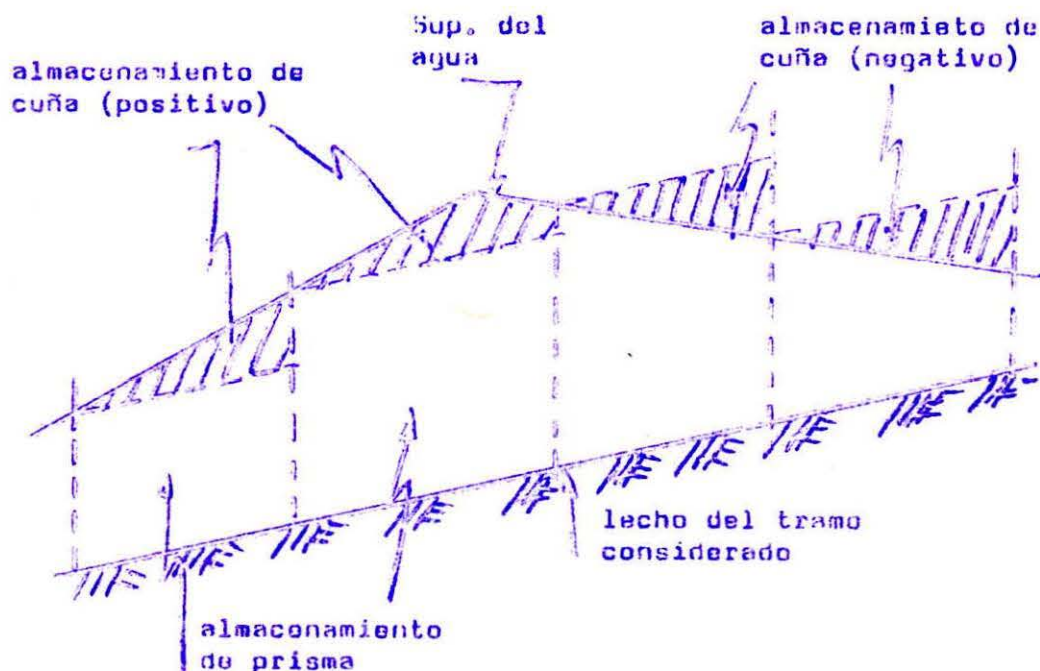
c) Obtención de la función de almacenamiento:-

Si para un tramo de río, los valores de almacenamiento acumulado se relacionan gráficamente con el gasto de salida del tramo para tiempos correspondientes, normalmente se obtiene una curva como la que se indica a continuación:



Es decir, durante la rama ascendente de la crecida el almacenamiento que corresponde a cierto gasto de salida es mayor que el que corresponde a régimen permanente para ese mismo gasto. Durante la rama descendente de la crecida, sucede lo contrario. Este hecho se puede explicar de la siguiente manera.

El almacenamiento en un tramo puede considerarse como puesto de la suma de dos componentes: i) El almacenamiento de prisma que corresponde al volumen de agua entre el fondo del lecho y una línea paralela a él y que pasa por el nivel de agua en la sección de aguas abajo considerada, y ii) un almacenamiento de cuña que corresponde al volumen de agua entre esta línea paralela y la superficie del agua. Estas definiciones pueden aclararse mejor mediante la figura siguiente que representa el perfil hipotético del nivel de aguas que corresponde al paso de una onda de crecida a través de un tramo de río.



De las consideraciones recién expuestas se deduce que el gasto de la sección de salida es un buen índice del almacenamiento de prisma, pero que no es representativo del almacenamiento de cuña a medida que la onda de crecida se propaga por el tramo y es por ello que la relación S vs Q da dos valores del almacenamiento para un mismo valor del gasto Q de salida.

Sin embargo, si las tasas de variación del gasto son pequeñas, el efecto del almacenamiento de cuña puede despreciarse y el almacenamiento puede expresarse convenientemente en función del gasto de salida. En un embalse, donde la superficie del agua permanece sensiblemente horizontal, el almacenamiento puede relacionarse solamente en función del gasto de salida ya que el almacenamiento de cuña es despreciable.

Para un tramo de un cauce natural en régimen impermanente, el almacenamiento depende fundamentalmente no sólo del gasto de salida, sino del gasto de entrada y de las características geométricas e hidráulicas del cauce. Considerando estos factores puede tenerse en cuenta convenientemente el efecto del almacenamiento de cuña.

Con el objeto de desarrollar una expresión analítica aproximada que relacione el almacenamiento total con el gasto de salida y el gasto de entrada, se puede suponer que en las secciones de entrada y salida de un tramo de río rigen las mismas relaciones: gasto vs altura de agua y almacenamiento vs altura de agua. Es decir, se puede suponer las siguientes relaciones:

$$I = a y^n$$

$$S_i = b y^m$$

$$Q = a y^n$$

$$S_o = b y^m$$

en que S_i y S_o corresponden a los almacenamientos en el tramo referidos a las alturas de agua "y" en la sección de entrada y salida respectivamente. Eliminando "y" de la primera y segunda relación, y luego de la tercera y la cuarta, se llega a las siguientes relaciones:

$$S_i = b \left(\frac{I}{a} \right)^{m/n} ; \quad S_o = b \left(\frac{Q}{a} \right)^{m/n}$$

Si llamamos " α " a un factor adimensional que pondere la importancia de almacenamiento de prisma (relacionado con el gasto de salida) y el almacenamiento de cuña (relacionado con el gasto de entrada), se puede escribir la siguiente ecuación del almacenamiento total para cualquier tiempo "t".

$$S = \alpha S_i + (1-\alpha) S_o$$

Remplazando los valores de S_i y S_o obtenidos más arriba, se llega finalmente a:

$$S = K \left[\alpha I^{m/n} + (1-\alpha) Q^{m/n} \right]$$

en que $K = b \left(\frac{1}{a} \right)^{m/n}$. K tiene las dimensiones de tiempo y es una medida del "desfase" o tiempo de translación de la onda de crecida. Este valor puede determinarse aproximadamente encontrando el intervalo de tiempo comprendido entre los centros de gravedad de los hidrogramas de entrada y salida, valor que es algo superior al tiempo transcurrido entre los "peaks" de ambos hidrogramas. En estricto rigor K sólo corresponde a la pendiente de la curva S vs $(\alpha I^{m/n} + (1-\alpha) Q^{m/n})$

En relación al significado de " λ " en la ecuación anterior, ya se ha dicho que corresponde al peso relativo del gasto de entrada y el gasto de salida en la función de almacenamiento. Por ejemplo, si el almacenamiento es sólo función del gasto de salida, como ocurre en un embalse perfecto, entonces " λ " = 0; pero si el efecto de almacenamiento de cuña es importante $\lambda > 0$ con un valor máximo de 0,5.

El exponente " m/n " depende fundamentalmente de las características geométricas de las secciones extremas del tramo. Por ejemplo, en canales rectangulares prismáticos y uniformes $m/n = 0,6$. En cauces naturales el valor de m/n es mayor, pudiendo aún exceder a la unidad.

La mayoría de los procedimientos hidrológicos de rastreo, están basados en la función de almacenamiento deducida más arriba. Esta ecuación es sólo aproximada, debido principalmente a la suposición de que las relaciones gastos vs altura y almacenamiento vs altura tienen respectivamente la misma expresión analítica para la sección de entrada y la sección de salida del tramo considerado. Si se suponen que estas relaciones son diferentes se llega a una función de almacenamiento más compleja que tiene la siguiente forma general:

$$S = K_1 \lambda I^m + K_2 (1-\lambda) Q^N$$

No conocemos, sin embargo, ningún procedimiento hidrológico de rastreo que haga uso de este tipo de ecuación de almacenamiento que aunque más compleja, no hace uso de hipótesis tan poco realistas como las recién indicadas.

d.- Determinación de la función de almacenamiento por procedimientos gráficos:

El almacenamiento en el cauce durante una crecida, obtenido mediante un análisis de los hidrogramas de entrada y salida como se explicó anteriormente, se puede también relacionar con algún parámetro del régimen hidráulico del río por medio de procedimientos gráficos propuestos por O.H. Meyer y por Puls.

En el procedimiento de Meyer, el almacenamiento en el tiempo " t " se relaciona gráficamente con el gasto de salida que corresponde a un tiempo $t_u/2$ posterior, donde " t_u " es el tiempo de desfase del tramo. Se tantean varios " t_u " hasta que la relación S vs Q queda reducida en lo posible a una línea recta.

En el procedimiento de Puls el almacenamiento se relaciona por medio de procedimientos y ajustes gráficos con las alturas de agua en las secciones de entrada y de salida del tramo considerado.

Mayores detalles sobre el uso de estos métodos gráficos se pueden encontrar en el libro de Linsley, Kohler y Paulhus: "Applied Hydrology".

2.- CONSIDERACION DE APORTES INTERMEDIOS.-

Al tratar la determinación del almacenamiento en el tramo por medio del análisis de los hidrogramas de entrada, $I(t)$, y de salida, $Q(t)$, (ver punto b), se supuso que no existían aportes intermedios de gastos en el tramo. Es decir, el volumen total de la crecida de entrada al tramo era igual al volumen total de la crecida de salida. El caso corriente es, sin embargo, que la lluvia que provoca la crecida en estudio, abarque toda la cuenca correspondiente al tramo considerado y que a lo largo de éste existan aportes intermedios ya sea de aportes provenientes de la escorrentía superficial (overland flow) o bien, aportes concentrados de los tributarios intermedios. Por lo tanto, comúnmente, el hidrograma de salida va a representar un volumen total de agua mayor que el que corresponde al hidrograma de entrada. La existencia de estos aportes intermedios, sobre todo si no se pueden medir (aportes intermedios no controlados), constituye uno de los problemas más difíciles de considerar y solucionar en la aplicación de las diversas técnicas de rastreo. El problema de los aportes intermedios hay que considerarlo en dos etapas del estudio del rastreo de una crecida: en la determinación de la función de almacenamiento y en la aplicación final de un método específico de rastreo. Se considerará este problema en el mismo orden.

- a) En relación a la determinación del almacenamiento, el aporte intermedio no controlado puede considerarse seleccionando una duración de las crecidas de manera que las crecidas de entrada y de salida comiencen y terminen aproximadamente con el mismo gasto base. El total del aporte intermedio no controlado será, por lo tanto, igual al volumen total de salida menos el volumen total de entrada. El hidrograma del aporte intermedio no controlado puede estimarse prorrateando el volumen total intermedio de acuerdo al hidrograma de cualquiera de los tributarios intermedios controlados, o bien por medio de la aplicación de un hidrograma unitario o sintético. El hidrograma del aporte intermedio no controlado se suma al hidrograma principal de entrada para obtener el hidrograma total de entrada al tramo. En caso de existir también aporte intermedio proveniente de tributarios controlados, los respectivos hidrogramas se sumarán al hidrograma principal de entrada o se restarán al de salida según sea la posición del tributario en relación con las secciones que definen el tramo. Al efectuar esta suma se puede considerar por estimación, algún tiempo de desfase que tenga en cuenta la distancia del punto de aporte del tributario a la sección de entrada o de salida.

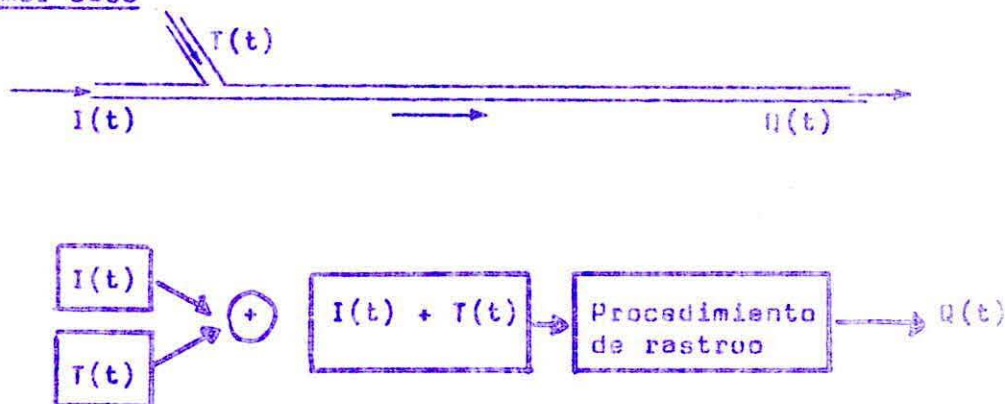
Debido al hecho que para determinar la función de almacenamiento en un tramo se estudian varias crecidas para trazar una curva media de almacenamiento, los errores cometidos en la determinación de los aportes intermedios quedan relativamente compensados.

- b) En relación al problema del aporte intermedio en la aplicación de un método de rastreo, cualquier error cometido en su determinación incide directamente en la estimación y cálculo del hidrograma de salida.

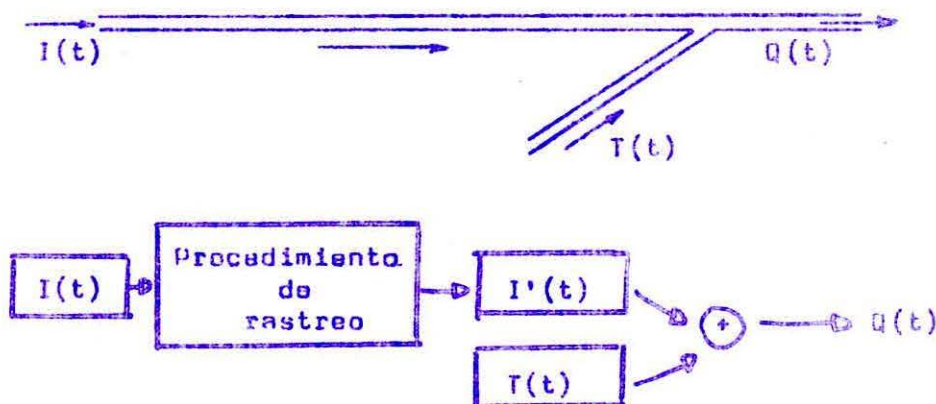
b-1. El tratamiento de aportes intermedios concentrados, provenientes de tributarios controlados, es relativamente arbitrario. Si los tributarios se incorporan al tramo en su parte alta, es decir, cerca de la entrada, usualmente los respectivos hidrogramas se suman al hidrograma principal de entrada y

el hidrograma total se rastrea hasta la salida de acuerdo al método de rastreo elegido. Si los tributarios se incorporan al tramo cerca de la salida, se rastrea sólo el hidrograma principal de entrada y al hidrograma resultante se le suma el hidrograma del tributario para obtener el hidrograma total de salida. Estos procedimientos se explican esquemáticamente a continuación:

Primer caso



Segundo caso



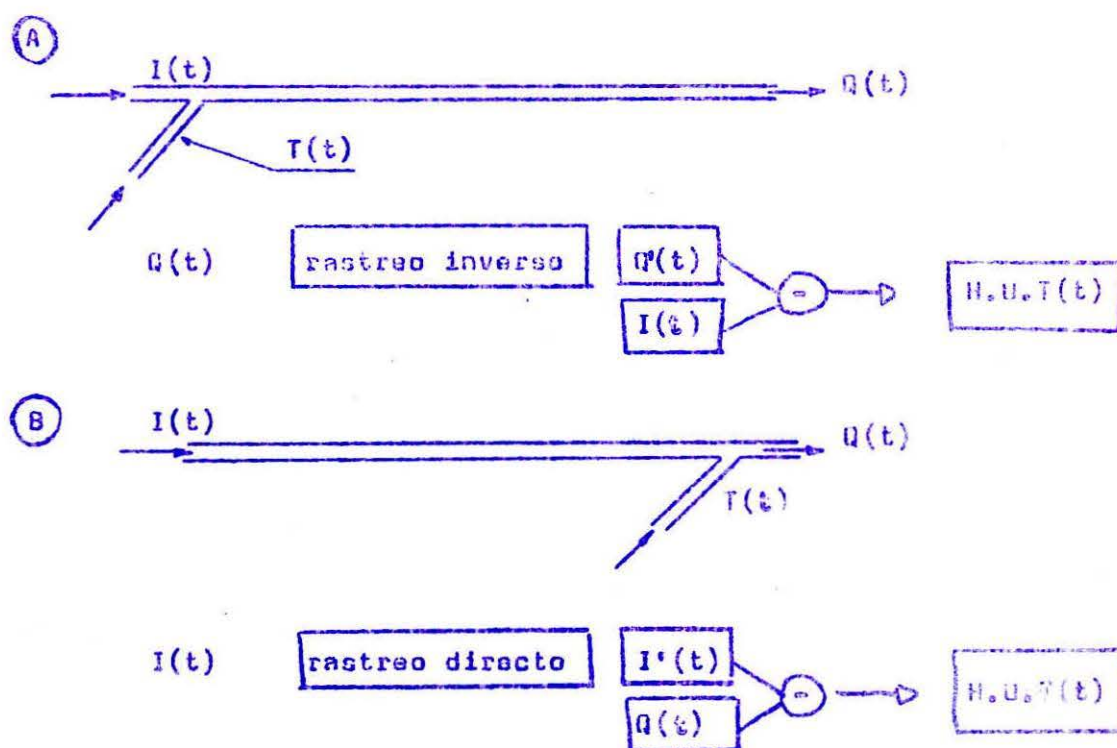
Entre los dos casos extremos mencionados puede existir cualquier división arbitraria posible según sean las condiciones especiales de la cuenca en estudio.

b-2 El aporte intermedio proveniente de la escorrentía superficial o de tributarios no controlados puede tenerse en cuenta por medio de hidrogramas sintéticos. Otro procedimiento es desarrollar un hidrograma unitario para la zona intermedia no controlada, invirtiendo el procedimiento de rastreo en crecidas observadas en las dos secciones que limitan el tramo en estudio. Una vez obtenido este H.U. será posible utilizarlo en futuras determinaciones del gasto de salida del tramo cuando sólo se conoce el gasto de entrada.

Para determinar el hidrograma del aporte intermedio no controlado y consecuentemente, su H.U. correspondiente, existen dos posibilidades. Si se planea posteriormente en la aplicación

del método restar el hidrograma del aporte intermedio al hidrograma de salida calculado en base al rastreo del hidrograma principal de entrada, el hidrograma del aporte intermedio se obtendrá restando el hidrograma de entrada "rastreado" del hidrograma total de salida. En caso que se piense que el aporte intermedio no controlado debe sumarse al hidrograma de entrada antes de efectuar el rastreo, entonces el procedimiento de rastreo se invierte y se calcula I_1 de valores conocidos de S_1 , Q_1 , S_2 , Q_2 e I_2 . Luego el hidrograma de entrada medido se resta al hidrograma de entrada calculado por inversión del método de rastreo, y se obtiene así el hidrograma estimado del aporte intermedio no controlado.

Esquemáticamente.



E.- MÉTODOS HIDROLÓGICOS DE RASTREO DE CRECIDAS.-

Los métodos hidrológicos de rastreo de crecidas están basados en leves modificaciones y maneras de expresar la ya tratada ecuación hidrológica de continuidad y en el uso de relaciones almacenamiento-gasto, previamente determinadas. (Ver sección D). La elección de cualquiera de estos métodos para su aplicación en un caso específico, dependerá fundamentalmente de la magnitud del problema, del grado de precisión que se requiera, del tipo de información disponible, de las características del río y muchas veces de las preferencias del hidrólogo.

Todos estos métodos suponen que los efectos dinámicos en la propagación de la onda son despreciables y que la relación almacenamiento-gasto es monótonica. Ambas hipótesis implican que las variaciones del gasto en el tiempo, son pequeñas. Por lo tanto, los métodos hidrológicos de rastreo que se han desarrollado son especialmente aplicables a ríos de pendiente pequeña o mediana.

Los procedimientos hidrológicos de rastreo pueden clasificarse, en general, en métodos analíticos, semigráficos, gráficos, empíricos y estadísticos. Existen además sistemas y dispositivos mecánicos y electrónicos que permiten estudiar la propagación de crecidas y efectuar su rastreo. Debido a la gran diversidad de procedimientos que se han propuesto, sólo se explicará uno o dos métodos de cada tipo según la clasificación anterior:-

1.- Método analítico: El Método de Muskingum:

Este procedimiento fué originalmente propuesto por el hidrólogo americano G.I. Mc Carthy (1935) en relación con el Distrito Muskingum de Control de Crecidas del Cuerpo de Ingenieros de Estados Unidos.

El método supone que la función de almacenamiento es:

$$S = K [\alpha I + (1 - \alpha) Q]$$

es decir, en la función de almacenamiento deducida en la sección anterior, se supone que $m/n = 1$.

Para un tiempo o período de rastreo t , la relación anterior puede escribirse como:

$$S_2 - S_1 = K [\alpha (I_2 - I_1) + (1 - \alpha) (Q_2 - Q_1)]$$

en que los subíndices 1 se refieren a los valores ocurridos al comienzo del período de rastreo y el subíndice 2 corresponde a los valores ocurridos al final de Δt .

Si la ecuación de continuidad se expresa como

$$\frac{\Delta I}{2} (I_1 + I_2) \Delta t + \frac{\Delta Q}{2} (Q_1 + Q_2) \Delta t = S_2 - S_1$$

combinándola con la función de almacenamiento dadllega a

$$Q_2 = Q_1 + C_1 (I_1 - Q_1) + C_2 (I_2 - I_1)$$

en que

$$C_1 = \frac{\Delta t}{K(1 - \alpha) + 0.5 \Delta t}$$

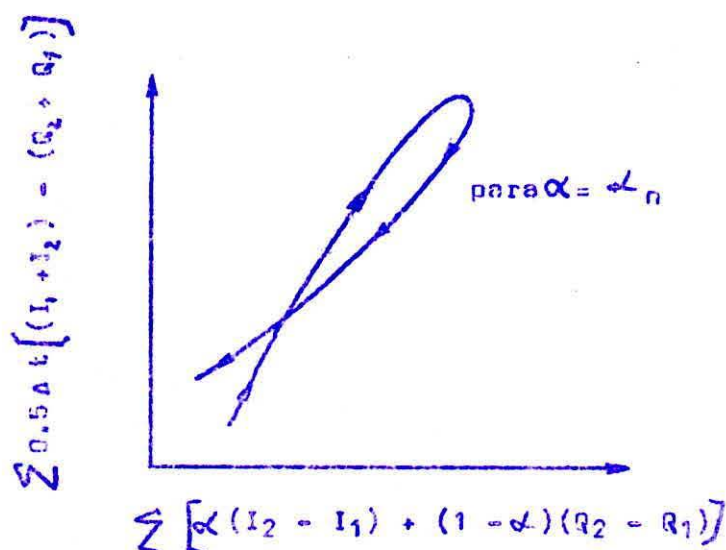
$$C_2 = \frac{0.5 \Delta t - K\alpha}{K(1 - \alpha) + 0.5 \Delta t}$$

Para la aplicación del método es necesario determinar previamente los valores de K y α según se indicará más adelante. Con estos valores y habiendo elegido el período de rastreo Δt , se calculan los valores de los coeficientes C_1 y C_2 . Luego, como se conoce el hidrograma total de entrada $I(t)$, bastará conocer o estimar un valor inicial para el gasto efluente Q_1 , para determinar en base a la ecuación anterior el valor del gasto efluente al final del período de rastreo, (Q_2). Haciendo $Q_1 = Q_2$, se vuelve a aplicar la ecuación y así sucesivamente hasta determinar la totalidad del hidrograma de salida.

Para la determinación de K y α se combinan la función de almacenamiento y la ecuación de continuidad y se despeja el valor de K de acuerdo a la expresión siguiente:

$$K = \frac{0.5 \Delta t [(I_1 + I_2) - (Q_2 + Q_1)]}{\alpha(I_2 - I_1) + (1 - \alpha)(Q_2 - Q_1)}$$

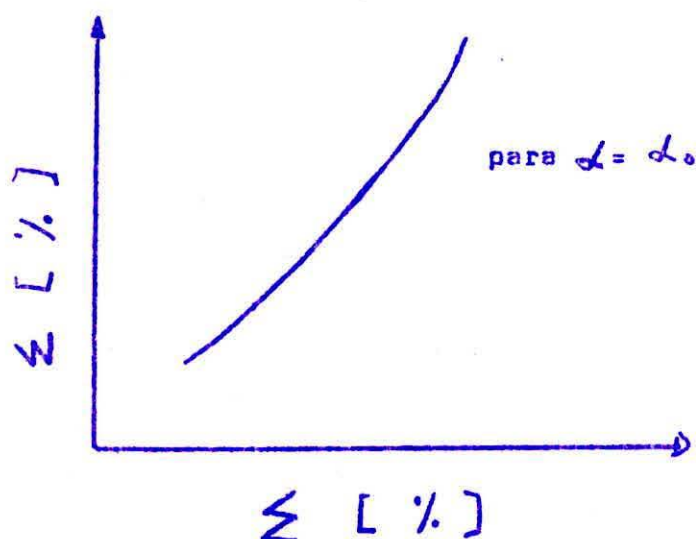
Para una crecida dada, en que se conozcan tanto el hidrograma de entrada, $I(t)$, como el hidrograma de salida $Q(t)$, se llevan a un gráfico el valor acumulado del numerador de la expresión anterior, versus, el valor acumulado del denominador, para algún valor cualquiera de α *. En general la curva que puede trazarse va a tener la forma de un lazo, como se indica en la siguiente figura:



Si se varían los valores del parámetro α , se observará que el "lazo" será más abierto o más cerrado. El valor de α que produzca un lazo lo más cerrado posible, se considera como el valor correcto. Se podrá encontrar, por lo tanto, un valor de $\alpha = \alpha_o$.

* Esto corresponde exactamente a llevar a un gráfico el valor del almacenamiento acumulado versus el valor acumulado de $[\alpha I + (1 - \alpha) Q]$.

que produzca una curva del siguiente tipo:



La tangente a esta curva proporcionará el valor de K buscado. Como puede observarse, este valor no necesariamente tiene que ser constante para todo el rango de gastos y por lo tanto, habiendo encontrado el valor de α los coeficientes C_1 y C_2 serán variables de acuerdo a la variación de K . Se puede por lo tanto, expresar gráfica o analíticamente los valores de K en función, por ejemplo, del gasto de salida o bien, de la expresión $[1 + (1 - \alpha) Q]$.

El valor de α usualmente se asume constante, aunque existen evidencias que α varía de acuerdo a los gastos. Sin embargo, aunque existiera un método analítico para determinar esta variación, la consideración de este hecho constituye un refinamiento innecesario en la gran mayoría de los casos.-

2.- Métodos Semigráficos: Método de Goodrich; Método de Wisler y Brater.

La gran mayoría de los procedimientos hidrológicos de rastreo corresponden a los métodos semigráficos en los que se hace uso de gráficos que resuelven la ecuación de continuidad con ciertas modificaciones, en conjunto con cálculos tabulares para completar el proceso de rastreo.

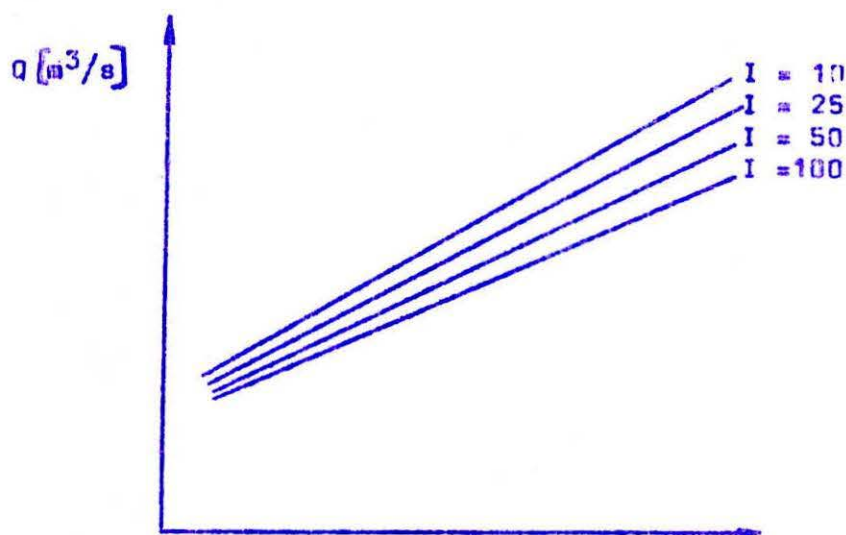
Como ejemplo de estos métodos se explicará principalmente el método propuesto por Goodrich, que usa la ecuación de continuidad en la siguiente forma:

$$I_1 + I_2 + \left(\frac{2S_1}{\Delta t} - Q_1 \right) = \frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2$$

Los términos del primer miembro son conocidos al iniciar se el proceso de rastreo, por lo tanto, se puede calcular $\left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right)$. Para ello es necesario disponer de curvas $\left(\frac{2S}{\Delta t} + Q \right)$ vs

Q , e I como parámetro, que se obtienen mediante el estudio de curvas anteriores en que se conozcan los hidrogramas de entrada

y de salida. Estas curvas son del tipo que se indica a continuación:



$$\left(\frac{2S}{\Delta t} + Q \right) \text{ m}^3/\text{seg}$$

Para la utilización del método se aplica el siguiente procedimiento:

- i) Entrar a las curvas de la figura anterior con Q_1 e I_1 y determinar $\frac{2S_1}{\Delta t} + Q_1$.
- ii) Calcular $\frac{2S_1}{\Delta t}$ restando Q_1 al valor determinado en i).
- iii) Formar el primer término de la ecuación de continuidad, es decir, $I_1 + I_2 + \frac{2S_1}{\Delta t} = Q_1$. Este valor es igual a $\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2$.
- iv) Entrar a las curvas con el valor de $\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2$ y con I_2 como parámetro para determinar finalmente Q_2 .
- v) Repetir el proceso a partir del punto iii) poniendo $Q_1 = Q_2$ y $\frac{2S_1}{\Delta t} = \frac{2S_2}{\Delta t}$.

Otro procedimiento semigráfico que es similar a éste, es el propuesto por C.O. Wisler y L.F. Brater, en que la ecuación de continuidad o ecuación de rastreo se utiliza en la siguiente forma:

$$\frac{2S_1}{\Delta t} + I_1 + 2I_2 = Q_1 = \frac{2S_2}{\Delta t} + I_2 + Q_2$$

Nuevamente los términos del primer miembro de la ecuación son conocidos y permiten determinar el valor de $\frac{2S_2}{\Delta t} + I_2 + Q_2$.

Para conocer $\frac{2S_2}{\Delta t}$ y Q_2 , previamente deben haberse desarrollado curvas. $(\frac{2S_2}{\Delta t} + I_2 + Q_2)$ versus $I_2 + Q_2$. Luego, se puede

determinar de estas curvas el valor de $(I_2 + Q_2)$ a partir del cálculo del primer miembro de la ecuación anterior. Restando el valor de I_2 que es siempre conocido, se calcula finalmente Q_2 . El proceso se repite hasta considerar todo el hidrograma $I(t)$.

3.- Métodos gráficos: Método de Wilson; (Método de Muskingum simplificado).

Usualmente, los diversos métodos semigráficos que se han propuesto, son menos convenientes de usar que otros métodos (a excepción de los métodos empíricos), a no ser que se requiera de una serie de repeticiones y no se disponga de un computador digital. Estos procedimientos constituyen la base de una serie de dispositivos y sistemas mecánicos que se han ideado para efectuar el rastreo (mecanismos de rastreo). Los métodos gráficos de rastreo se aplican especialmente en el caso de rastreo a través de embalses.

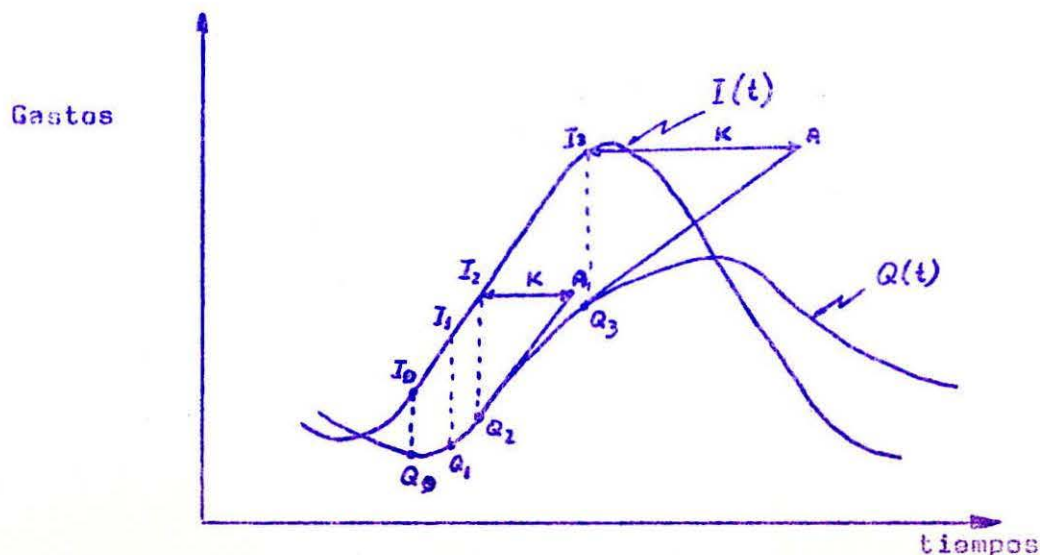
Si se supone que el almacenamiento sólo depende del gasto de salida ($\alpha = 0$), como sucede en un embalse perfecto, se puede escribir la siguiente ecuación.

$$\frac{dS}{dt} = K \frac{dQ}{dt}$$

Combinada esta relación con la ecuación hidrológica de continuidad se tiene:

$$\frac{I - Q}{K} = \frac{dQ}{dt}$$

Esta ecuación constituye la base del método gráfico de W.T. Wilson que se indica a continuación.



De acuerdo a la construcción de la figura, la tangente por Q_2 corresponde a la línea trazada por Q_2 y un punto A, que queda K unidades de tiempo después de I_2 . Es decir, suponiendo una variación lineal entre Q_1 y Q_2 , el valor de Q_2 se puede obtener aproximadamente uniendo el punto A y Q_1 , en que A se determina a partir de los valores conocidos de I_2 y de K . K puede a su vez, ser una cantidad variable de acuerdo a la magnitud del gasto efluente. Repitiendo el procedimiento para diversos valores de I_2 , se puede construir el hidrograma de salida $Q(t)$.

Este procedimiento se puede invertir con el objeto de determinar el valor de K . Es decir, conocidos los hidrogramas, $I(t)$ y $Q(t)$, se traza una tangente por un valor cualquiera de Q y una recta horizontal por el correspondiente punto I . El trazo limitado entre la ordenada de I y esa tangente corresponde al valor de K para ese gasto.

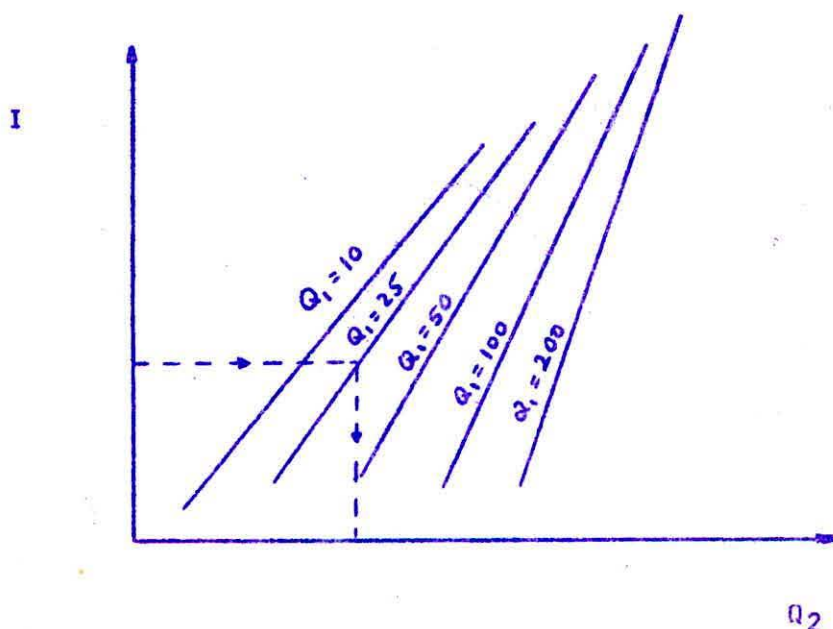
El procedimiento recién indicado supone que $\alpha = 0$, es decir, es aplicable a un embalse sólo, o a un tramo de río en que el efecto del almacenamiento de cuña es mínimo.

Un procedimiento gráfico que se ha propuesto para considerar el efecto de cuña (α) es el basado en una simplificación del método de Muskingum. Si se toma un tiempo de rastreo igual a $2K\alpha$ la ecuación general del método se reduce a

$$Q_2 = Q_1 + \frac{\Delta t}{K} (I_1 - Q_1)$$

ya que para ese valor de Δt , $C_1 = \Delta t/K$ y $C_2 = 0$.

Conociendo la variación de K con el gasto y el valor de α , según determinaciones previas, la ecuación anterior se puede resolver para varias crecidas previamente determinadas, y los resultados se pueden expresar gráficamente en forma de un ábaco, como se indica a continuación.



Disponiendo de un gráfico de este tipo para el tramo de río en estudio, el rastreo se efectúa entrando con un valor de I_1 y con Q_1 como parámetro, y determinando Q_2 en el eje de las abscisas. El valor de Q_2 así determinado constituirá el valor del parámetro Q_1 para el período de tiempo subsiguiente. ($\Delta t = 2KX$ después).

Este tipo de diagramas pueden modificarse en ciertos casos agregando uno o dos parámetros más que consideren por ejemplo el gasto de un tributario y el gasto intermedio no controlado.

4.- Procedimientos Estadísticos:

Si se observa la ecuación de rastreo usada por el método de Muskingum:

$$Q_2 = Q_1 + C_1 (I_1 - Q_1) + C_2 (I_2 - I_1)$$

se observa que se puede poner en la siguiente forma:

$$Q_2 = a_0 I_2 + a_1 I_1 + a_2 Q_1$$

donde a_0 , a_1 y a_2 son funciones de Δt , K y α

Análogamente

$$Q_3 = a_0 I_3 + a_1 I_2 + a_2 Q_2$$

y

$$Q_4 = a_0 I_4 + a_1 I_3 + a_2 Q_3$$

Luego se puede escribir que:

$$Q_4 = a_0 I_4 + a_1 I_3 + a_2 a_0 I_3 + a_1 a_2 I_2 + \cancel{a_2 a_0 I_2} + \cancel{a_2 a_1 I_1} + \cancel{a_2 C_1}$$

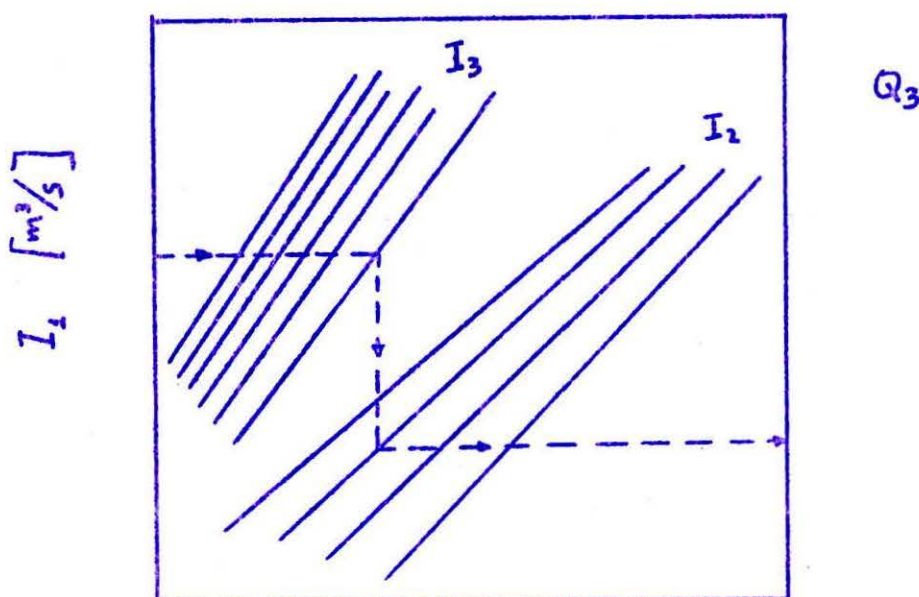
Como los coeficientes a_i son todos menores que 1, en general, los tres últimos términos de la ecuación anterior son despreciables. Por lo tanto, el gasto de salida Q_4 considerado, que ocurre $4\Delta t$ después de un valor I_1 , se puede expresar por medio de una ecuación del siguiente tipo:

$$Q_4 = b_4 I_4 + b_3 I_3 + b_2 I_2$$

En esta ecuación los coeficientes b_i se pueden determinar estadísticamente por medio de procedimientos de regresión lineal múltiple, haciendo uso de diversos valores de hidrogramas de entrada y salidas previamente registradas.

Estos procedimientos tienen la ventaja de considerar estadísticamente la información disponible de varias crecidas y de permitir determinar cualquier gasto de salida solamente en función de los gastos de entrada ocurridos durante períodos concurrentes y previos, sin necesidad de calcular los gastos de salida intermedios (Q_1 , Q_2 y Q_3). Sin embargo, el método tal como se ha explicado no tiene en cuenta la variación de los coeficientes de acuerdo a la magnitud y tasa de variación de los gastos, es decir, no se considera la variación del coeficiente K con el gasto.

Para considerar esta posibilidad, se han propuesto métodos que desarrollan correlaciones múltiples no lineales o bien gráficos coaxiales del tipo que se indica en la figura.



Las características de almacenamiento y translación del tramo de río considerado quedan implícitas en la forma, pendiente, ubicación y espaciamento de las curvas paramétricas del gráfico.

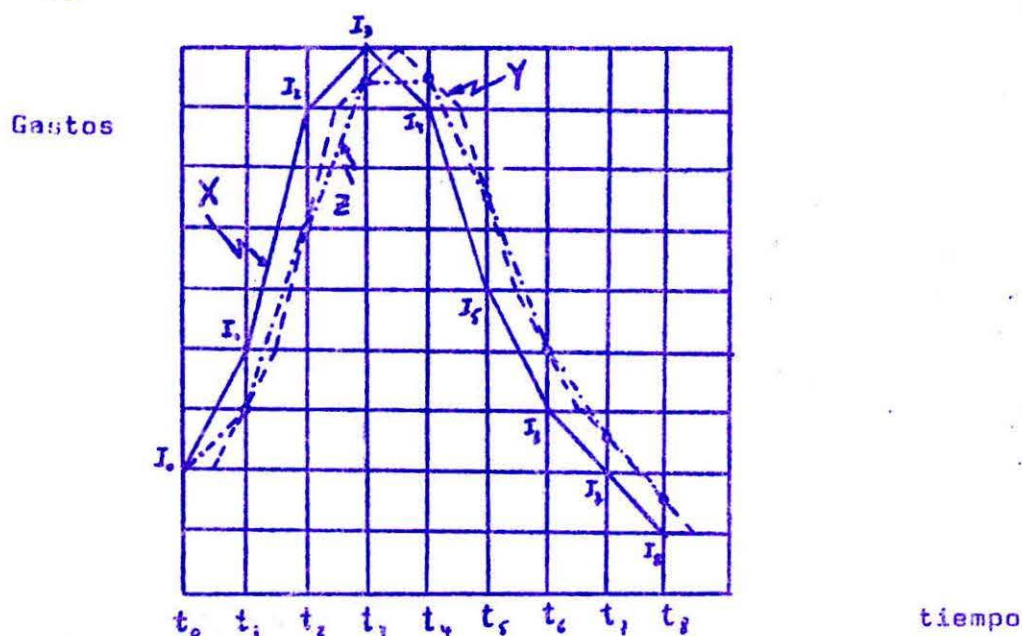
5.- Procedimientos Empíricos: Método de Desfase (medio) Sucesivo.

El procedimiento empírico más conocido para efectuar el rastreo de una crecida es el propuesto por F. E. Tatum (1940) y que se conoce como el método de desfase (medio) sucesivo. Este procedimiento no está basado en relaciones matemáticas del movimiento de la onda de crecida o en la ecuación hidrológica de continuidad sino, que en un proceso más bien intuitivo y empírico. Por lo tanto, su aplicabilidad y confiabilidad es limitada. Sin embargo, debido a la simplicidad y rapidez con que puede aplicarse, el método puede ser de utilidad para efectuar aproximaciones adecuadas en estudios simplificados o en etapas de anteproyecto.

El método de los desfases medios sucesivos está basado en las siguientes hipótesis:

- i) La relación almacenamiento - gasto, y por lo tanto la forma del hidrograma, tiende a variar uniformemente a lo largo del tramo de río considerado.
- ii) El promedio de los gastos de entrada en el período 1 y el período 2, $\frac{1}{2} (I_1 + I_2)$ ocurre en algún punto aguas abajo en el tramo, en el período 2. La relación de gastos entre estos dos puntos se mantiene para todos los períodos iguales de rastreo.
- iii) El cambio de forma del hidrograma entre estos dos puntos, refleja el efecto acumulativo de las características de almacenamiento del tramo considerado.

El procedimiento se explicará haciendo uso de la siguiente figura:



En el hidrograma de entrada, X, se elige un período de rastreo Δt , de manera que la variación del gasto durante ese intervalo, sea aproximadamente lineal. El hidrograma Y de la figura, corresponde al mismo hidrograma de entrada X, pero desfasado en la mitad del período de rastreo. Por lo tanto, las ordenadas del hidrograma Y en los tiempos $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ corresponden respectivamente a los valores $\frac{1}{2} (I_0 + I_1)$, $\frac{1}{2} (I_1 + I_2)$, etc. Uniendo estos puntos se construye el hidrograma Z, que según la hipótesis del método corresponde al hidrograma en algún punto del tramo para un tiempo Δt después.

Continuando y repitiendo el proceso se observa que los hidrogramas que se van obteniendo* se "aplanan" o se amortiguan

* Estos hidrogramas sucesivos están igualmente distanciados en el tiempo, pero no necesariamente en distancia, ya que los subtramos considerados son en realidad subtramos virtuales.

hacia aguas abajo y por lo tanto, seleccionando adecuadamente el período de rastreo y el número de repeticiones o de subtramos virtuales, un hidrograma de salida registrado anteriormente puede hacerse corresponder a un hidrograma de entrada rastreado.

Análíticamente el proceso corresponde a las ecuaciones siguientes. Para el primer subtramo, una ordenada cualquiera del hidrograma de salida está dado por la siguiente expresión:

$${}^1Q_n = \gamma/2 (I_{n-1} + I_n)$$

en que el subíndice "n" indica el gasto en un tiempo "n" veces Δt a partir de $t = t_0$ y el superíndice en Q se refiere al número del subtramo virtual considerado.

En el segundo subtramo se tendrá:

$${}^2Q_n = \gamma/2 ({}^1Q_{n-1} + {}^1Q_n) = \gamma/2 \left[\gamma/2 (I_{n-2} + I_{n-1}) + \gamma/2 (I_{n-1} + I_n) \right]$$

es decir

$${}^2Q_n = \gamma/4 (I_{n-2} + 2I_{n-1} + I_n)$$

Para el tercer subtramo:

$${}^3Q_n = \gamma/2 ({}^2Q_{n-1} + {}^2Q_n) = \gamma/8 (I_{n-3} + 3I_{n-2} + 3I_{n-1} + I_n)$$

En general se tendrá que

$${}^nQ_n = C_0 I_0 + C_2 I_2 + C_3 I_3 + \dots + C_n I_n$$

Los coeficientes C_i se encuentran tabulados para distintos valores del número de subtramos, o bien, pueden calcularse dividiendo los coeficientes que resultan de la enésima potencia de un binomio por el término 2^n .

F. - RASTREO EN EMBALSES.

El rastreo de una crecida a través de un embalse tiene gran importancia práctica para determinar el efecto regulador de un embalse ante diversas condiciones de crecidas. Ello, permite decidir la capacidad de embalse más adecuada, su influencia sobre obras que están aguas abajo, las dimensiones del vertedero de rebalse y también estudiar el efecto de ciertas reglas de operación del embalse durante periodos de crecidas.

El método de rastreo que se use dependerá si la pendiente del embalse es despreciable o no, y en la operación de las compuertas y válvulas de control. Se estudiará primeramente el caso de un embalse sin pendiente y sin obras de control. Luego se considerará el efecto de las obras de control y de la pendiente del embalse, posteriormente.

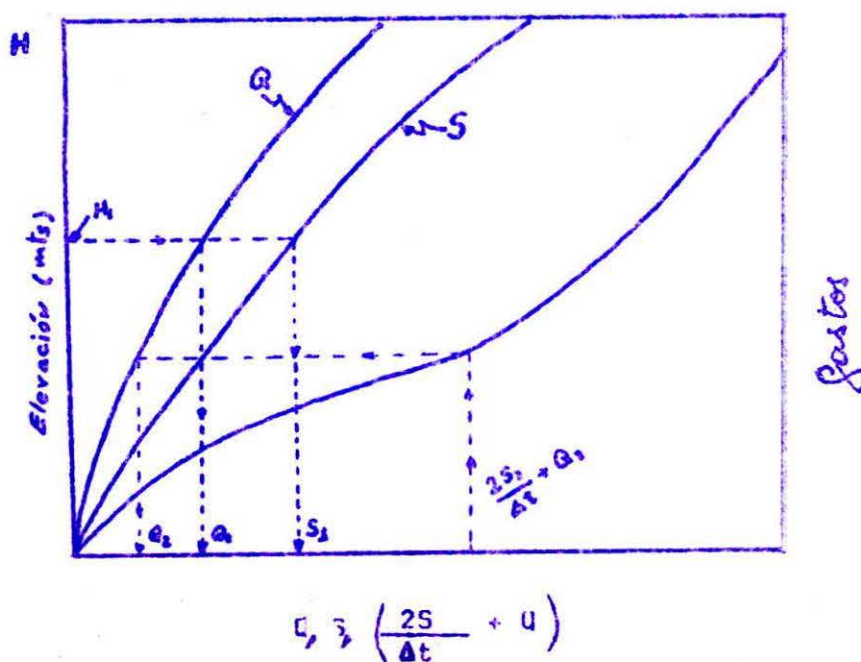
a) Embalses sin pendiente y sin control artificial del gasto de salida.

Embalses sin pendiente son embalses profundos en ríos de pendiente relativamente grande. En embalses de este tipo, el gasto de salida es sólo función del nivel de aguas en el embalse y el almacenamiento sólo es función del gasto de salida. Para efectuar el rastreo se pueden aplicar, entre otros, el método de Muskingum considerando que $\alpha = 0$; el método gráfico de Wilson, explicado anteriormente, o bien el método de Goodrich, ya considerado.

En este último método la ecuación de continuidad se expresaba de la siguiente manera:

$$I_1 + I_2 + \left(\frac{2S_1}{\Delta t} - Q_1 \right) = \frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2$$

Para aplicar esta ecuación, se determinan para el embalse en estudio, las curvas elevación versus almacenamiento, en base a ellas la curva $(2S/\Delta t + Q)$ vs Q . Como ejemplo de estas curvas se incluye la figura siguiente:



Al iniciar el proceso de rastreo se conocen I_1 , I_2 y la elevación inicial. Con este valor se determina S_1 y Q_1 , por lo que el primer miembro de la ecuación de continuidad queda determinado, por lo tanto $2S_2/\Delta t + Q_2$.

Entrando con este último valor en la curva correspondiente, se determina el gasto de salida y por lo tanto, para el próximo período Δt , se puede calcular:

$$\frac{2S_1}{\Delta t} - Q_1 = \left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right) - 2Q_2$$

El proceso se repite sucesivamente hasta considerar todo el hidrograma de entrada $I(t)$.

b) Embalses con control artificial del gasto de salida.-

En el caso que el embalse en estudio disponga de mecanismos de control de gastos que se operan durante una crecida, i. e., parte o todo el gasto de salida se regula artificialmente, la ecuación de continuidad se puede escribir en la siguiente forma:

$$\gamma_2(I_1 + I_2) \Delta t - \gamma_2(Q_1 + Q_2) \Delta t - \bar{Q}_R \Delta t = S_2 - S_1$$

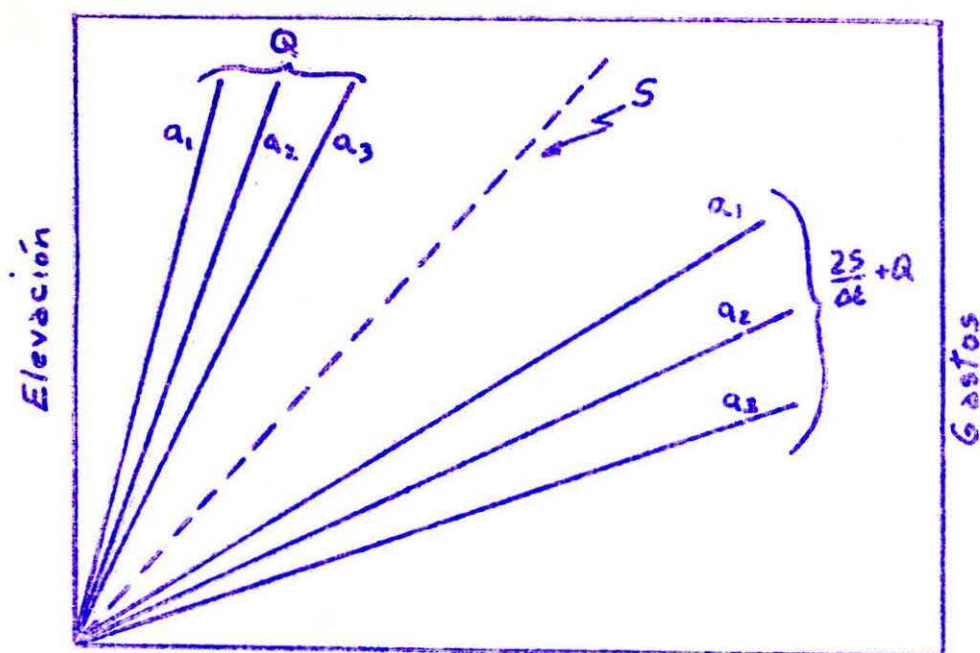
en que $\bar{Q}_R$, representa el gasto promedio regulado mediante los mecanismos de control (compuertas, válvulas, etc.) durante el intervalo Δt considerado.

La ecuación de rastreo será, por lo tanto :

$$I_1 + I_2 - 2\bar{Q}_R + \left(\frac{2S_1}{\Delta t} - Q_1 \right) = \left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right)$$

en que los miembros del primer término son conocidos. $\bar{Q}_R$ se determina de acuerdo a la regla de operación que se usa para accionar los mecanismos de control. Esta ecuación es similar y se resuelve de la misma manera que en el caso anterior, excepto por la consideración de $\bar{Q}_R$.

En caso que los mecanismos de control se mantengan abiertos en un punto fijo, durante toda la crecida se podrá construir una familia de curvas, Elevación vs gasto, elevación vs almacenamiento y $(2S/\Delta t + Q)$ vs Q , usando la abertura del control como parámetro. En este caso, el método de rastreo es idéntico al caso anterior, excepto que se usa la curva que corresponda a la abertura apropiada. Un ejemplo de este tipo de curvas, se indica a continuación:



$$Q, S, \left(\frac{2S}{\Delta t} + Q \right)$$

En que a_i = abertura de los mecanismos de control.

Problema Especial.-

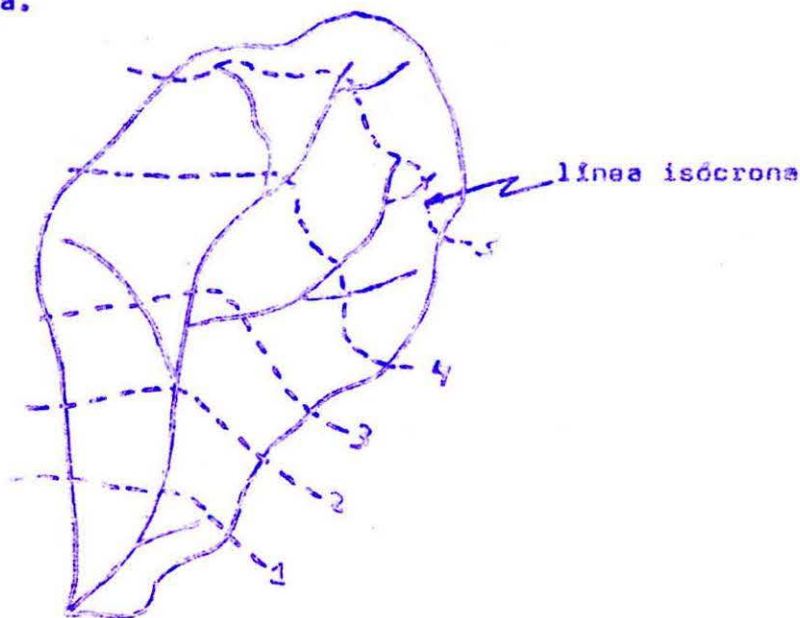
Obtención del gasto de salida de una cuenca.

Si se considera a la precipitación en exceso como el "gasto" afluente de un río, el problema de la predicción del hidrograma de salida de una cuenca, se puede considerar en forma análoga al problema del rastreo de una crecida en un río. Sin embargo, existen complicaciones adicionales, ya que los diferentes componentes del hidrograma siguen distintos caminos y por lo tanto, quedan afectos a diferentes efectos de almacenamiento. Además las contribuciones provenientes de distintas partes de la cuenca, también pasan a través de diferentes elementos de almacenamiento que dependen de la posición dentro de la hoya, de la forma de la cuenca y de la distancia hasta la sección de salida, además de factores geológicos y topográficos.

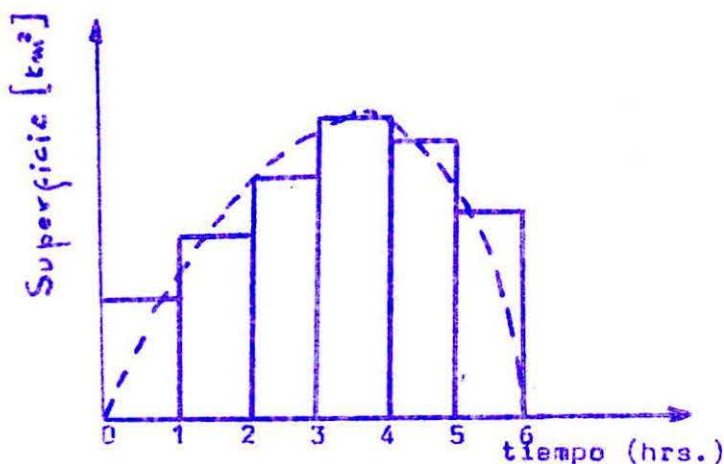
En aquellos casos en que la aplicación del hidrograma unitario sea posible y segura, el problema de obtener el hidrograma de salida de una cuenca a partir solamente de datos de la lluvia correspondiente, puede resolverse de esta manera en forma más simple y posiblemente más exacta. Sin embargo, la aplicación de las técnicas de rastreo para resolver este problema, tiene ventajas especiales en casos relacionados con cuencas de forma muy irregular o alargada, en cuencas en que la distribución de la lluvia, es irregular de una tormenta a otra, o bien en la predicción de hidrogramas de deshielo.

Consideremos el caso general de la obtención del hidrograma de salida de una cuenca a partir de datos de lluvia. La transformación de la lluvia en un hidrograma corresponde en líneas generales a un proceso de desfase y almacenamiento. El método que se indica a continuación tiene en cuenta este hecho.

En la cuenca pueden distinguirse puntos de igual tiempo de salida o de concentración, valor éste que se define, como el tiempo que demora en llegar a la sección la partícula de agua que cayó en ese punto. Uniendo los puntos que tienen igual tiempo de salida se definen las llamadas líneas isócronas según se indica en la figura.



Si se miden las áreas comprendidas entre dos isócronas consecutivas y se relacionan con el respectivo tiempo de salida, se obtiene el llamado gráfico o diagrama tiempo - superficie que se indica en la figura siguiente:



El diagrama tiempo - superficie indica la superficie desde la cual los gastos llegarán a la sección de salida durante un incremento de tiempo. Este diagrama puede considerarse como el "gasto afluente" a un embalse hipotético situado a la salida de la cuenca, cuyas características de regulación son equivalentes a las de la cuenca.

Si se efectúa el rastreo del diagrama tiempo - superficie, considerando sólo efecto de embalse ($\alpha = 0$) y efectuando un cambio de unidades adecuado, se puede demostrar que se obtiene un hidrograma unitario de la cuenca. Como el diagrama tiempo - superficie sólo considera el tiempo de traslado y no el tiempo en que continúa la escorrentía, si es que la lluvia fuera de duración finita, el hidrograma que se obtiene después de este rastreo es en realidad, el hidrograma unitario instantáneo. Este H.U.I. puede convertirse a un H.U. de duración finita por los métodos ya indicados en el capítulo anterior.

El procedimiento recién indicado sólo permite, en realidad, sintetizar un H.U. pero puede ampliarse de manera de obtener directamente el hidrograma de salida y sobretodo, puede extenderse a aquellos casos en que la aplicación del H.U. es incierta, debido a la irregularidad de la lluvia.

Para una tormenta de igual duración que el tiempo entre isócronas, se puede determinar la escorrentía promedio entre isócronas y construir un diagrama similar al anterior (diagrama tiempo - escorrentía, pero en que se lleve la escorrentía en el eje de las ordenadas. Rastreando este hidrograma a través de un embalse virtual equivalente, se obtiene directamente el hidrograma de salida de la cuenca. Para lluvias de mayor duración, los diagramas tiempo - escorrentía se desfasan y se superponen, y se rastrea este diagrama compuesto. Este procedimiento permite, por lo tanto, tener en cuenta la variabilidad espacial y temporal de la lluvia. El método puede aplicarse convenientemente para determinar los hidrogramas de deshielo de una cuenca.

Los procedimientos recién indicados requieren el conocimiento de la constante de almacenamiento K . Debido a que no existe en realidad, un "hidrograma de entrada" en el sentido que se le da en el rastreo de una onda de crecida, y a la imposibilidad práctica de estimar las características de embalse de la cuenca por los métodos indicados anteriormente, la determinación de K sólo puede efectuarse aproximadamente por medio de procedimientos empíricos.

Si se conocen las características de recesión de la cuenca, el factor de recesión K_R puede determinarse en base al análisis de recesiones típicas. La constante de almacenamiento puede estimarse de acuerdo a la siguiente relación:

$$K = - \frac{1}{\log_e K_R}$$

Clark y Linsley han propuesto, además, las siguientes relaciones empíricas para determinar K .

Clark:
$$K = \frac{a L}{\sqrt{S}} \quad (\text{horas}) \quad 0.8 < a < 2.2$$

Linsley:
$$K = \frac{b L \sqrt{A}}{\sqrt{S}} \quad (\text{horas}) \quad 0.04 < b < 0.08$$

En que L es la longitud del cauce principal en millas, S es la pendiente media del cauce principal y A es la superficie de la cuenca en millas cuadradas.

En caso que, para efectuar el rastreo, se necesite un valor del parámetro " α ", no existe ningún método para su estimación. Clark sugiere que un valor igual a 0.2 ó 0.3 es práctico dentro de la precisión general del método.