Ing. Romulo Garcia T.

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS
INSTITUTO DE ASUNTOS INTERAMERICANOS
FONDO COMUN - RIEGO
PLAN CHILLAN

Estudio Hidrológico de los Ríos Diguillín - Chillán y Ñuble

(ANEXO CAPITULOS I Y II)

SANTIAGO - CHILE
1957

574919 ARTES Y LETRAS

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS
INSTITUTO DE ASUNTOS INTERAMERICANOS
FONDO COMUN - RIEGO
PLAN CHILLAN

Estudio Hidrológico de los Ríos Diguillín - Chillán y Ñuble

(ANEXO CAPITULOS I Y II)

SANTIAGO - CHILE
1957

574919 ARTES Y LETRAS

No hacer todavía

ANEXO DEL CAPITULO I PARRAFO D

Recursos del Diguillín Alto

INDICE

ANEXO DEL PARRAFO : D

I) EXTENSION DE LA ESTADISTICA DE LLUVIAS

a) Período de una estadística larga.

Nomenclatura:

Número de órden de la observación:	n
Número total de observaciones:	N
Número de observaciones del período:	p
Número de períodos completos:	k
Número entero menor que k:	m
Valores estadísticos:	l_n
Valores calculados para el período:	L_n
Error de los valores calculados:	e_n
Error medio:	E

De aquí:

$$\frac{N}{p} \geqslant k > \frac{N}{p} - 1$$

$$L_n = L_n + mp$$

$$L_n = \frac{1}{K+1} \left(l_n + l_{n+p} + l_{n+2p} + \cdots\cdots + l_{n+kp} \right) \qquad 1 \leqslant n \leqslant (N - kp)$$

$$L_n = \frac{1}{k} \left(l_n + l_{n+p} + l_{n+2p} + \cdots\cdots + l_{n+(k-1)p} \right) \qquad (N - kp) < n \leqslant p$$

$$e_n = L_n - l_n$$

$$E = \sqrt{\frac{\Sigma(e_n^2)}{N-p}}$$

Se determina (p) de modo que (E) resulte mínimo.

Obtenidos los períodos principales, buscamos una función periódica del siguiente tipo, en que [ ] indica una sumatoria.

$$\underline{L = A + [B_p \text{ sen } (C_p + D_p n)]}$$

Desarrollando el seno llegamos a una función del tipo:

$$\underline{L = A + [E_p \text{ sen } D_p n + F_p \cos D_p n]}$$

Las relaciones entre los coeficientes serán:

$$E_p = B_p \cos C_p$$
$$F_p = B_p \text{ sen } C_p$$
$$\text{tg } C_p = F_p / E_p$$
$$B_p^2 = E_p^2 + F_p^2$$

Por ser función periódica y tener periódico (p) :

$$\text{sen } (C_p + D_p n) = \text{sen } \{C_p + D_p (n + p)\}$$

$$D_p = \frac{360°}{p} = \frac{2\pi}{p}$$

Trabajaremos con la segunda de las relaciones (L). Si (A_1), (D_{p1}), (E_{p1}) y (F_{p1}) son valores aproximados de (A) (D_p) (E_p) y (F_p) , y (l) es la diferencia entre (L) calculado con valores aproximados y (L) medido:

$$\begin{aligned} dA &= x & A &= A_1 + x \\ dE_p &= y & E_p &= E_{p1} + y_p \\ dF_p &= z & F_p &= F_{p1} + z_p \\ dD_p &= t & D_r &= D_{p1} + t_p \end{aligned}$$

$$a = \frac{d\,L}{d\,A} = 1$$

$$e_p = \frac{d\,L}{d\,E_p} = \text{sen } D_p n.$$

$$f_p = \frac{d\,L}{d\,F_p} = \cos D_p n.$$

$$d_p = \frac{d\,L}{d\,D_p} = n\,E_p \cos D_p n - n\,F_p \text{ sen } D_p n$$

$$l = A + \left[E_p \text{ sen } D_p\, n + F_p \cos D_p\, n\right] - L$$

Los errores serán:

$$v = ax + [e_p\, y_p] + [f_p\, z_p] + [d_p\, t_p] + l$$

Las ecuaciones normales de Gauss para determinar todas las incongnítas (x),(y),(z) y (t) serán:

$$[a\,a]\,x + [a\,e_1]\,y_1 + [a\,e_2]\,y_2 + \ldots + [af_1]\,z_1 + \ldots + [ad_1]\,t_1 + \ldots + [al] = 0$$

$$[ae_1]\,x + [e_1e_1]\,y_1 + [e_1e_2]\,y_2 + \ldots + [e_1f_1]\,z_1 + \ldots + [e_1d_1]\,t_1 + \ldots + [e_1l] = 0$$

$$[ae_2]\,x + [e_1e_2]\,y_1 + [e_2e_2]\,y_2 + \ldots + [e_2f_1]\,z_1 + \ldots + [e_2d_1]\,t_1 \pm \ldots + [e_2l] = 0$$

$$\ldots$$

$$[af_1]\,x + [e_1f_1]\,y_1 + [e_2f_1]\,y_2 + \ldots + [f_1f_1]\,z_1 + \ldots + [f_1d_1]\,t_1 + \ldots + [f_1l] = 0$$

$$[af_2]\,x + [e_1f_2]\,y_1 + [e_2f_2]\,y_2 + \ldots + [f_1f_2]\,z_1 + \ldots + [f_2d_1]\,t_1 + \ldots + [f_2\,l] = 0$$

$$\ldots$$

$$[ad_1]\,x + [e_1d_1]\,y_1 + [e_2d_1]\,y_2 + \ldots + [f_1d_1]\,z_1 + \ldots + [d_1d_1]\,t_1 + \ldots + [d_1l] = 0$$

$$[ad_2]\,x + [e_1d_2]\,y_1 + [e_2d_2]\,y_2 + \ldots + [f_1d_2]\,z_1 + \ldots + [d_1d_2]\,t_1 + \ldots + [d_2l] = 0$$

$$\ldots$$

Si las correcciones de (A), (E), (F) y (D) son pequeñas,los resultados son definitivos; en caso contrario se repite el procedimiento tomando como números valores aproximados: $(A_1 + x)$, $(E_1 + y)$, $(F_1 + z)$ y $(D_1 + t)$.

Puede reducirse el número de incognitas si en la ecuación general de (L) se supone que algunos valores de los coeficientes (A_1),(E_1) (F_1) o (D_1) son definitivos y por tanto constantes. Los valores respectivos de (a), (e), (f), o (d) serán nulos igual que las incognitas correspondientes. En un proceso posterior se supondrán constantes los coeficientes recién obtenidos y se afinarán los que se habían supuesto definitivos anteriormente .

Suponiendo conocido (D_p), - para lo que basta, tomar del método usado para encontrar los períodos principales, la serie de valores (L_1) (L_2)...obtenidos; el número de estos valores es igual al período (p) y por tanto ($D = 360/p$), tendremos una función de (L) que es lineal en (A), (E_p) y (F_p). En este caso se tomarán como incognitas (A) (Ep)y (Fp) :

$$a = 1$$
$$e_p = \operatorname{sen} D_p n$$
$$f_p = \cos D_p n$$
$$l = -L$$

Las ecuaciones normales serán:

$$[aa]\,A + [ae_1]\,E_1 + [ae_2]\,E_2 + \ldots + [af_1]\,F_1 + \ldots + [al] = 0$$
$$[ae_1]\,A + [e_1e_1]\,E_1 + [e_1e_2]\,E_2 + \ldots + [e_1f_1]\,F_1 + \ldots + [e_1l] = 0$$
$$[ae_2]\,A + [e_1e_2]\,E_1 + [e_2e_2]\,E_2 + \ldots + [e_2f_1]\,F_1 + \ldots + [e_2l] = 0$$
$$\ldots$$

Resuelto el sistema podremos calcular las correcciones de los valores (D_p) considerando constantes (A), (E_p) y (F_p). Para nuestro caso sólo aceptaremos valores enteros del período (p) lo que limita los posibles valores de (D_p).

Si el segundo método arroja errores excesivos, se combinarán las series de valores (L_1),(L_2) ... de los períodos principales.

$$L = AL_1 + BL_2 + CL_3 + DL_4 + \ldots\ldots.$$

$$a = \frac{dL}{dA} = L_1$$

$$b = \frac{dL}{dB} = L_2$$

$$c = \frac{dL}{dC} = L_3$$

$$d = \frac{dL}{dD} = L_4$$

$$l = -L$$

Las ecuaciones normales nos darán A, B, C, D.........

b) APLICACION A ATACALCO

1) Determinación general de los períodos.

De la estadística de lluvias de Atacalco obtenemos las sumas de las precipitaciones de los distintos años hidrológicos, que parten de mayo de un año y terminan en abril del año siguiente.

Esta división del año se justifica ampliamente ya que, en abril y mayo los escurrimientos son los menores del año de modo que no hay grandes errores por posibles atrasos de una crecida y las necesidades de Riego de la zona son tales que sólo es necesario regar hasta abril.

Si hacemos (p) igual uno, (L) será el promedio de todas las precipitaciones. En el cuadro siguiente anotamos los años hidrológicos, sus precipitaciones,(l), calculamos su promedio (L), los errores (e) y los cuadrados de éstos.

ño hidrológico.	Año N°	Precipitación anual (mm)	e	e^2
1931	1	2.280,9	+ 286,17	81.893,2689
1932	2	2.707,7	- 140.63	19.776,7969
1933	3	2.249,0	+ 318.07	101.168,5249
1934	4	2.819,5	- 252,43	63.720,9049
1935	5	2.794,6	- 227,53	51.769,9009
1936	6	2.985,5	- 418,43	175.083,6649
1937	7	2.516,0	+ 51,07	2.608,1449
1938	8	2.574,0	- 6,93	48,0249
1939	9	2.865,5	- 298,43	89.060,4649
1940	10	2.987,0	- 419,93	176.341,2049
1941	11	2.902,5	- 335,43	112.513,2849
1942	12	2.247,0	+ 320,07	102.444,8049
1943	13	1.717,0	+ 850,07	722.619,0049
1944	14	3.120,5	- 553,43	306,284,7649
1945	15	2.921,0	- 353,93	125.266,4449
1946	16	1.718,5	+ 848,57	720.071,0449
1947	17	2.017,5	+ 549,57	302.027,1849
1948	18	2.647,0	- 79,93	6.388,8049
1949	19	2.354,0	+ 213,07	45.398,8249
1950	20	2.913,0	- 345,93	119.667,5649
1951	21	2.706,0	- 138,93	19.301,5449
1952	22	1.999,0	+ 568,07	322.703,5249
1953	23	3.288,0	- 720,93	519.740,0649
1954	24	2.409,0	+ 158,07	24.986,1249
1955	25	2.437,0	+ 130.07	16.918,2049
SUMA		64.176,7	+ 0.05	4.227.802,0945

p = 1 //

$L = \frac{1}{25} \cdot 64.176,7 = 2.527,07$ (2.567,07) $N = 25$ //

$E = \sqrt{\frac{1}{25-1}\left(\Sigma e^2\right)} = \sqrt{176.158,4206} = 419,71$ //

p = 2 // k = 12 N-kp = 1 N-p = 23

$L_1 = \frac{1}{13}$ (2280.9 + 2249.0 + 2794.6 + 2516.0 + 2865.5 + 2902.5 + 1717.0 + 2921.0 + ...

........+ 2017.5 + 2354.0 + 2706.0 + 3288.0 + 2437.0) = 2.542,23

$L_2 = \frac{1}{12}$ (2707,7 + 2819,5 + 2985,5 + 2574,0 + 2987,0 + 2247,0 + 3120,5 + 1718,5 +..
...+ 2647,0 + 2913,0 +1999,0 + 2409,0) 2.593,98

$L_1 =$ 2.542,23

$L_o = L_2 =$ 2593,98

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 261,33	Suma	- 705.63	Suma	+ 208.21
1932	- 113.72	1940	- 393.02	1948	- 53.02
1933	+ 293.23	1941	- 360.27	1949	+ 188.23
1934	- 225.52	1942	+ 346.98	1950	- 319.02
1935	- 252.37	1943	+ 825.23	1951	- 163.77
1936	- 391.52	1944	- 526.52	1952	+ 594.98
1937	+ 26.23	1945	- 378.77	1953	- 745.77
1938	+ 19.98	1946	+ 875.48	1954	+ 184.98
1939	- 323.27	1947	+ 524.73	1955	+ 105.23
S U M A	- 705.63	S U M A	+ 208.21	SUMA TOTAL	+ 0.05

$\sum e^2 = 4.211.094,7105$

$E = \sqrt{\frac{1}{23} (\sum e^2)} = \sqrt{183.091,743} = 427,89$ //

p = 3 // k = 8 N-Kp = 1 N-p = 22

$L_1 = \frac{1}{9}$ (2280.9 + 2819,5 + 2516,0 + 2987,0 + 1717,0 + 1718,5 + 2354,0 + 1999,0 +...
2437,0) = 2.314,32

$L_2 = \frac{1}{8}$ (2707,7 + 2794,6 + 2574,0 + 2902,5 + 3120,5 + 2017,5 + 2913,0 + 3288,0)
= 2.789,73

$L_3 = \frac{1}{8}$ (2249,0 + 2985,5 + 2865,5 + 2247,0 + 2921,0 + 2647,0 + 2706,0 + 2409,0)
= 2.628,75

$L_o = L_3$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 33.42	Suma	- 594.30	Suma	+ 344.35
1932	+ 82.03	1940	- 672.68	1948	- 18.25
1933	+ 379.75	1941	- 112.77	1949	- 39.68
1934	- 505.18	1942	+ 381.75	1950	- 123.27
1935	- 4.87	1943	+ 597.32	1951	- 77.25
1936	- 356.75	1944	- 330.77	1952	+ 315.32
1937	- 201.68	1954	- 292.25	1953	- 498.27
1938	+ 215.73	1946	+ 595.82	1954	+ 219.75
1939	- 236.75	1947	+ 772.23	1955	- 122.68
SUMA	- 594.30	SUMA	+ 344.35	SUMA TOTAL	+ 0.02

$\sum e^2 = 3.225.831,7708$

$$E = \sqrt{\frac{1}{22}\,(\Sigma e^2)} = \sqrt{146.628{,}7168} = 382{,}92 \; //$$

$p = 4$ // $\quad k = 6 \quad N\text{-}kp = 1 \quad N\text{-}p = 21$

$L_1 = 1/7\ (\ 2280.9 + 2794.6 + 2865.5 + 1717.0 + 2017.5 + 2706.0 + 2437.0\ ) = 2.402{,}64$

$L_2 = 1/6\ (\ 2707.7 + 2985.5 + 2987.0 + 3120.5 + 2647.0 + 1999.0\ ) = 2.741{,}12$

$L_3 = 1/6\ (\ 2249.0 + 2516.0 + 2902.5 + 2921.0 + 2354.0 + 3288.0\ ) = 2.705{,}08$

$L_4 = 1/6\ (\ 2819.5 + 2574.0 + 2247.0 + 1718.5 + 2913.0 + 2409.0\ ) = 2.446{,}83$

$L_o = L_4$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 121.74	Suma	- 798.72	Suma	+ 161.62
1932	+ 33.42	1940	- 245.88	1948	+ 94.12
1933	+ 456.08	1941	- 197.42	1949	+ 351.08
1934	- 372.67	1942	+ 199.83	1950	- 466.17
1935	- 391.96	1943	+ 685.64	1951	- 303.36
1936	- 244.38	1944	- 379.38	1952	+ 742.12
1937	+ 189.08	1945	- 215.92	1953	- 582.92
1938	- 127.17	1946	+ 728.33	1954	+ 37.83
1939	- 462.86	1947	+ 385.14	1955	- 34.36
SUMA	- 798.72		+ 161.62	SUMA TOTAL	- 0.04

$$\Sigma e^2 = 3.655.767{,}4274$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{21}\,(\Sigma e^2)} = \sqrt{174.084{,}1632} = 417.23 \; //$$

$p = 5$ // $\quad k = 5 \quad N\text{-}kp = 0 \quad N\text{-}p = 20$

$L_1 = 1/5\ (\ 2280.9 + 2985.5 + 2902.5 + 1718.5 + 2706.0\ ) = 2.518{,}68$

$L_2 = 1/5\ (\ 2707.7 + 2516.0 + 2247.0 + 2017.5 + 1999.0\ ) = 2.297{,}44$

$L_3 = 1/5\ (\ 2249.0 + 2574.0 + 1717.0 + 2647.0 + 3288.0\ ) = 2.495{,}00$

$L_4 = 1/5\ (\ 2819.5 + 2865.5 + 3120.5 + 2354.0 + 2409.0\ ) = 2.713{,}70$

$L_5 = 1/5\ (\ 2794.6 + 2987.0 + 2921.0 + 2913.0 + 2437.0\ ) = 2.810{,}52$

$L_o = L_5$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 237.78	Suma	- 932.54	Suma	- 101.56
1932	- 410.26	1940	- 176.48	1948	- 152.00
1933	+ 246.00	1941	- 383.82	1949	+ 359.70
1934	- 105.80	1942	+ 50.44	1950	- 102.48
1935	+ 15.92	1943	+ 778.00	1951	- 187.32
1936	- 466.82	1944	- 406.80	1952	+ 298.44
1937	- 218.56	1945	- 110.48	1953	- 793.00
1938	- 79.00	1946	+ 800.18	1954	+ 304.70
1939	- 151.80	1947	+ 279.94	1955	+ 373.52
SUMA	- 932.54	SUMA	- 101.56	SUMA TOTAL	0.00

$$\Sigma e^2 = 3.422.780,7280$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{20}(\Sigma e^2)} = \sqrt{171.139,0364} = 413.69 \ //$$

p = 6 //   k = 4   N-kp = 1   N-p = 19

$L_1 = 1/5$ (2280.9 + 2516.0 + 1717.0 + 2354.0 + 2437.0) = 2.260,98

$L_2 = 1/4$ (2707.7 + 2574.0 + 3120.5 + 2913.0) = 2.828,80

$L_3 = 1/4$ (2249.0 + 2865.5 + 2921.0 + 2706.0) = 2.685,38

$L_4 = 1/4$ (2819.5 + 2987.0 + 1718.5 + 1999.0) = 2.381,00

$L_5 = 1/4$ (2794.6 + 2902.5 + 2017.5 + 3288.0) = 2.750,65

$L_6 = 1/4$ (2985.5 + 2247.0 + 2647.0 + 2409.0) = 2.572,12

$L_o = L_6$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	- 19.92	Suma	- 538.61	Suma	
1932	+ 121.10	1940	- 606.00	1948	- 74.88
1933	+ 436.38	1941	- 151.85	1949	- 93.02
1934	- 438.50	1942	+ 325.12	1950	- 84.20
1935	- 43.95	1943	+ 543.98	1951	- 20.62
1936	- 413.38	1944	- 291.70	1952	+ 382.00
1937	- 255.02	1945	- 235.62	1953	- 537.35
1938	+ 254.80	1946	+ 662.50	1954	+ 163.12
1939	- 180.12	1947	+ 733.15	1955	- 176.02
SUMA	- 538.61	SUMA	+ 440.97	SUMA TOTAL	0.00

$$\Sigma e^2 = 3.155.955,1332$$

$$E = \sqrt{1/19(\Sigma e^2)} = \sqrt{166.102,9017} = 407,56 \ //$$

p = 7 //   k = 3   N-kp = 4   N-p = 18

$L_1 = 1/4$ (2280.9 + 2574.0 + 2921.0 + 1999.0) = 2.443,72

$L_2 = 1/4$ (2707.7 + 2865.5 + 1718.5 + 3288.0) = 2.644,92

$L_3 = 1/4$ (2249.0 + 2987.0 + 2017.5 + 2409.0) = 2.415,62

$L_4 = 1/4$ (2819.5 + 2902.5 + 2647.0 + 2437.0) = 2.701,50

$L_5 = 1/3$ (2794.6 + 2247.0 + 2354.0) = 2.465,20

$L_6 = 1/3$ (2985.5 + 1717.0 + 2913.0) = 2.538.50

$L_7 = 1/3$ (2516.0 + 3120.5 + 2706.0) = 2.780.83

$L_o = L_7$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 162.82	Suma	- 713.77	Suma	+ 61.14
1932	- 62.78	1940	- 571.38	1948	+ 54.50
1933	+ 166.62	1941	- 201.00	1949	+ 111.20
1934	- 118.00	1942	+ 218.20	1950	- 374.50
1935	- 329.40	1943	+ 821.50	1951	+ 74.83
1936	- 447.00	1944	- 339.67	1952	+ 444.72
SUMA	- 627.74		- 786.12		+ 371.89

Año	e	Año	e	Año	e
SUMA	- 627.74		- 786.12		+ 371.89
1937	+ 264.83	1945	- 477.28	1953	- 643.08
1938	- 130.28	1946	+ 926.42	1954	+ 6.62
1939	- 220.58	1947	+ 398.12	1955	+ 264.50
SUMA	- 713.77	SUMA	+ 61.14	SUMA TOTAL	- 0.07

$$\Sigma e^2 = 3.808.006,9695$$

$$E = \sqrt{1/18(\Sigma e^2)} = \sqrt{211.555,9427} = 459.95 \ //$$

p = 8 //   k = 3   N-kp = 1   N-p = 17

$L_1 = 1/4 \ (2280.9 + 2865.5 + 2017.5 + 2437.0) = 2.400,22$

$L_2 = 1/3 \ (2707.7 + 2987.0 + 2647.0) = 2.780,57$

$L_3 = 1/3 \ (2249.0 + 2902.5 + 2354.0) = 2.501,83$

$L_4 = 1/3 \ (2819,5 + 2247.0 + 2913.0) = 2.659,83$

$L_5 = 1/3 \ (2794.6 + 1717.0 + 2706.0) = 2.405,87$

$L_6 = 1/3 \ (2985.5 + 3120.5 + 1999.0) = 2.701,67$

$L_7 = 1/3 \ (2516.0 + 2921.0 + 3288.0) = 2.908,33$

$L_8 = 1/3 \ (2574.0 + 1718.5 + 2409.0) = 2.233,83$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 119.32	Suma	- 900.33	Suma	+ 162.82
1932	+ 72.87	1940	- 206.43	1948	+ 133,57
1933	+ 252.83	1941	- 400.67	1949	+ 147.83
1934	- 159.67	1942	+ 412.83	1950	- 253.17
1935	- 388.73	1943	+ 688.87	1951.	- 300.13
1936	- 283.83	1944	- 418.83	1952	+ 702.67
1937	+ 392.33	1945	- 12.67	1953	- 379.67
1938	- 340.17	1946	+ 515.33	1954	- 175.17
1939	- 465.28	1947	+ 382.72	1955	- 36.78
SUMA	- 900.33	SUMA	+ 160.82	SUMA TOTAL	- 0.03

$$\Sigma e^2 = 3.126,297,6745$$

$$E = \sqrt{1/17(\Sigma e^2)} = \sqrt{183.899,8632} = 428.84 \ //.$$

p = 9 //   k = 2   N-kp = 7   N -p = 16

$L_1 = 1/3 \ (2280.9 + 2987.0 + 2354.0) = 2.540,63$

$L_2 = 1/3 \ (2707.7 + 2902.5 + 2913.0) = 2.841,07$

$L_3 = 1/3 \ (2249.0 + 2247.0 + 2706.0) = 2.400,67$

$L_4 = 1/3 \ (2819.5 + 1717.0 + 1999.0) = 2.178,50$

$L_5 = 1/3 \ (2794.6 + 3120.5 + 3288.0) = 3.067,70$

$L_6 = 1/3 \ (2985.5 + 2921.0 + 2409.0) = 2.771,83$

$L_7 = 1/3 \ (2516.0 + 1718.5 + 2437.0) = 2.223,83$

$L_8 = 1/2 \ (2574.0 + 2017.5) = 2.295,75$

$L_9 = 1/2 \ (2865.5 + 2647.0) = 2.756,25$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 259.73	Suma	- 716.47	Suma	- 27.49
1932	+ 133.37	1940	- 446.37	1948	+ 109.25
1933	+ 151.67	1941	- 61.43	1949	+ 186.63
1934	- 641.00	1942	+ 153.67	1950	- 71.93
1935	+ 273.10	1943	+ 461.50	1951	- 305.33
1936	- 213.67	1944	- 52.80	1952	+ 179.50
1937	- 292.17	1945	- 149.17	1953	- 220.30
1938	- 278.25	1946	+ 505.33	1954	+ 362.83
1939	- 109.25	1947	+ 278.25	1955	- 213.17
SUMA	- 716.47	SUMA	- 27.49	SUMA TOTAL	- 0.01

$$\Sigma e^2 = 2.014.536,0235$$

$$E = \sqrt{1/16(\Sigma e^2)} = \sqrt{125.908,5014} = 354.84 \ //$$

$p = 10$ // $k = 2$ $N\text{-}kp = 5$ $N\text{-}p = 15$

$L_1 = 1/3\ (\ 2280.9 + 2902.5 + 2706.0\ ) = 2.629,80$

$L_2 = 1/3\ (\ 2707.7 + 2247.0 + 1999.0\ ) = 2.317,90$

$L_3 = 1/3\ (\ 2249.0, + 1717.0 + 3288.0\ ) = 2.418,00$

$L_4 = 1/3\ (\ 2819.5 + 3120.5 + 2409.0\ ) = 2.783.00$

$L_5 = 1/3\ (\ 2794.6 + 2921.0 + 2437.0\ ) = 2.717,53$

$L_6 = 1/2\ (\ 2985.5 + 1718.5\ ) = 2.352,00$

$L_7 = 1/2\ (\ 2516.0 + 2017.5\ ) = 2.266,75$

$L_8 = 1/2\ (\ 2574.0 + 2647.0\ ) = 2.610,50$

$L_9 = 1/2\ (\ 2865.5 + 2354.0\ ) = 2.609.75$

$L_{10} = 1/2\ (\ 2987.0 + 2913.0\ ) = 2.950.00$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 348.90	Suma	- 1087.47	Suma	- 283.49
1932	- 389.80	1940	- 37.00	1948	- 36.50
1933	+ 169.00	1941	- 272.70	1949	+ 255.75
1934	- 36.50	1942	+ 70.90	1950	+ 37.00
1935	- 77.07	1943	+ 701.00	1951	- 76.20
1936	- 633.50	1944	- 337.50	1952	+ 318.90
1937	- 249.25	1945	- 203.47	1953	- 870.00
1938	+ 36.50	1946	+ 633.50	1954	+ 374.00
1939	- 255.75	1947	+ 249.25	1955	+ 280.53
SUMA	-1087.47	SUMA	- 283.49	SUMA TOTAL	- 0.01

$$\Sigma e^2 = 3.181.698,6567$$

$$E = \sqrt{1/15\ (\Sigma e^2)} = \sqrt{212.113,2437} = 460,56 \ //$$

$p = 11$ // $k = 2$ $N\text{-}kp = 3$ $N\text{-}p = 14$

L_1 = 1/3 (2280,9 + 2247.0 + 3288.0) = 2.605,30

L_2 = 1/3 (2707.7 + 1717.0 + 2409.0) = 2.277,90

L_3 = 1/3 (2249.0 + 3120.5 + 2437.0) = 2.602,17

L_4 = 1/2 (2819.5 + 2921.0) = 2.870,25

L_5 = 1/2 (2794.6 + 1718,5) = 2.256.55

L_6 = 1/2 (2985,5 + 2017.5) = 2.501,50

L_7 = 1/2 (2516.0 + 2647.0) = 2.581,50

L_8 = 1/2 (2574.0 + 2354.0) = 2.464,00

L_9 = 1/2 (2865.5 + 2913.0) = 2.889,25

L_{10} = 1/2 (2987.0 + 2706.0) = 2.846,50

L_{11} = 1/2 (2902.5 + 1999.0) = 2.450,75

Año	e	Año	e	Año	e
1931	+ 324.40	Suma	- 744.28	Suma	+ 35.64
1932	- 429.80	1940	- 140.50	1948	- 65.50
1933	+ 353.17	1941	- 451.75	1949	+ 110.00
1934	+ 50.75	1942	+ 358.30	1950	- 23.75
1935	- 538.05	1943	+ 560.90	1951	+ 140.50
1936	- 484.00	1944	- 518.33	1952	+ 451.75
1937	+ 65.50	1945	- 50.75	1953	- 682.70
1938	- 110.00	1946	+ 538.05	1954	- 131.10
1939	+ 23.75	1947	+ 484.00	1955	+ 165.17
SUMA	- 744.28	SUMA	+ 35.64	SUMA TOTAL	+ 0.01

Σe^2 = 3.171.097,7467

E = $\sqrt{1/14\ (\Sigma e^2)}$ = $\sqrt{226.506,9819}$ = 475,93 //

p = 12 // k = 2 N-kp = 1 N-p = 13

L_1 = 1/3 (2280.9 + 1717.0 + 2437.0) = 2.144,97

L_2 = 1/2 (2707.7 + 3120.5) = 2.914,10

L_3 = 1/2 (2249.0 + 2921.0) = 2.585,00

L_4 = 1/2 (2819.5 + 1718.5) = 2.269,00

L_5 = 1/2 (2794.6 + 2017.5) = 2.406,05

L_6 = 1/2 (2985.5 + 2647.0) = 2.816,25

L_7 = 1/2 (2516.0 + 2354.0) = 2.435,00

L_8 = 1/2 (2574.0 + 2913.0) = 2.743.50

L_9 = 1/2 (2865.5 + 2796.6) = 2.785,75

L_{10} = 1/2 (2987.0 + 1999.0) = 2.493,00

$L_{11} = 1/2\ (2902.5 + 3288.0) = 3.095,25$

$L_{12} = 1/2\ (2247.0 + 2409.0) = 2.328.00$

Año	e	Año	e	Año	e
1931	- 135.93	Suma	- 693.08	Suma	- 88.71
1932	+ 206.40	1940	- 494.00	1948	+ 169.25
1933	+ 336.00	1941	+ 192.75	1949	+ 81.00
1934	- 550.50	1942	+ 81.00	1950	- 169.50
1935	- 388.55	1943	+ 427.97	1951	+ 79.75
1936	- 169.25	1944	- 206.40	1952	+ 494.00
1937	- 81.00	1945	- 336.00	1953	- 192.75
1938	+ 169.50	1946	+ 550.50	1954	- 81.00
1939	- 79.75	1947	+ 388.55	1955	- 292.03
SUMA	- 693.08	SUMA	- 88.71	SUMA TOTAL	+ 0.01

$$\Sigma e^2 = 2.222.046,3067$$

$$E = \sqrt{1/13\ (\Sigma e^2)} = \sqrt{170.926,6389} = 413.43\ //$$

$p = 13\ //$ $k = 1 < 2$

Resúmen:

Período: p	(Σe^2) (en millones)	E
1	4.228	419.71 //
2	4.211	427.89
3	3.226	382.92//
4	3.656	417.23
5	3.423	413.69
6	3.155	407.56 //
7	3.808	459.95
8	3.126	428.84
9	2.015	354.84 //
10	3.182	460.56
11	3.171	475.93
12	2.222	413.43 //

Los períodos posibles son 1, 3, 6, y 9 años mas uno de 12 o 13 años.

2. Fórmula Sinusoidal.

Del cuadro resúmen del párrafo anterior se deducen varios mínimos para (E). Estos se producen para los períodos de 1, 3, 6 y 9 años habiendo posibilidades de otro de 12 o 13 años.

Tomaremos como períodos 1, 3, 6 y 9 años agregando él de 12 años ya que en esta forma la estadística completa se repite a los 36 años (mínimo común multiplo de 1, 3, 6, 9 y 12) si hubiéramos agregado el período de 13 años la estadística completa extendida constaría de 468 años lo que complica inútilmente los cálculos.

En consecuencia tenemos:

p	D
1	-
3	120°/año
6	60°/año
9	40°/año
12	30°/año

Con $p1 = 3$; $p2 = 6$; $p3 = 9$ y $p4 = 12$: $D1 = 120$, $D_2 = 60$, $D_3 = 40$ y $D4 = 30$.

n	D_1n	e_1 sen D_1n ($= ae_1$)	f_1 cos D_1n ($= af_1$)	D_2n	e2 sen D_2n ($= ae_2$)	f_2 cos D_2n ($= af_2$)
1	120	+.866025	-.500000	60	+.866025	+.500000
2	240	-.866025	-.500000	120	+.866025	-.500000
3	0	0	+ 1	180	0	- 1
4	120	+.866025	-.500000	240	-.866025	-.500000
5	240	-.866025	-.500000	300	-.866025	+.500000
6	0	0	+ 1	0	0	+ 1
7	120	+.866025	-.500000	60	+.866025	+.500000
8	240	-.866025	-.500000	120	+.866025	-.500000
9	0	0	+ 1	180	0	- 1
10	120	+.866025	-.500000	240	-.866025	-.500000
11	240	-.866025	-.500000	300	-.866025	+.500000
12	0	0	+ 1	0	0	+ 1
13	120	+.866025	-.500000	60	+.866025	+.500000
14	240	-.866025	-.500000	120	+.866025	-.500000
15	0	0	+ 1	180	0	- 1
16	120	+.866025	-.500000	240	-.866025	-.500000
17	240	-.866025	-.500000	300	-.866025	+.500000
18	0	0	+ 1	0	0	+ 1
19	120	+.866025	-.500000	60	+.866025	+.500000
20	240	-.866025	-.500000	120	+.866025	-.500000
21	0	0	+ 1	180	0	- 1
22	120	+.866025	-.500000	240	-.866025	-.500000
23	240	-.866025	-.500000	300	-.866025	+.500000
24	0	0	+ 1	0	0	+ 1
25	120	+.866025	-.500000	60	+.866025	+.500000
SUMA		+.866025	-.500000		+.866025	+.500000

n	D_3n	e_3	f_3	D_4n	e_4	f_4
		sen D_3n (= ae_3)	cos D_3n (= af_3)		sen D_4n (= ae_4)	cos D_4n (= af_4)
1	40	+.642788	+.766044	30	+.500000	+.866025
2	80	+.984808	+.173648	60	+.866025	+.500000
3	120	+.866025	-.500000	90	+ 1	0
4	160	+.342020	-.939693	120	+.866025	-.500000
5	200	-.342020	-.939693	150	+.500000	-.866025
6	240	-.866025	-.500000	180	0	- 1
7	280	-.984808	+.173648	210	-.500000	-.866025
8	320	-.642788	+.766044	240	-.866025	-.500000
9	0	0	+ 1	270	- 1	0
10	40	+.642788	+.766044	300	-.866025	+.500000
11	80	+.984808	+.173648	330	-.500000	+.866025
12	120	+.866025	-.500000	0	0	+ 1
13	160	+.342020	-.939693	30	+.500000	+.866025
14	200	-.342020	-.939693	60	+.866025	+.500000
15	240	-.866025	-.500000	90	+ 1	0
16	280	-.984808	+.173648	120	+.866025	-.500000
17	320	-.642788	+.766044	150	+.500000	-.866025
18	0	0	+ 1	180	0	- 1
19	40	+.642788	+.766044	210	-.500000	-.866025
20	80	+.984808	+.173648	240	-.866025	-.500000
21	120	+.866025	-.500000	270	- 1	0
22	160	+.342020	-.939693	300	-.866025	+.500000
23	200	-.342020	-.939693	330	-.500000	+.866025
24	240	-.866025	-.500000	0	0	+ 1
25	280	-.984808	+.173648	30	+.500000	+.866025
SUMA		+.642788	1.766050		+.500000	+.866025
Debe ser:			1.766044			

n	e_1e_2	e_1e_3	e_1e_4	e_2e_3
1	+.749993	+.556670	+.433012	+.556670
2	-.749993	-.852868	-.749993	+.852868
3	0	0	0	0
4	-.749993	+.296198	+.749993	-.296198
5	+.749993	+.296198	-.433012	+.296198
6	0	0	0	0
7	+.749993	-.852868	-.433012	-.852868
8	-.749993	+.556670	+.749993	-.556670
9	0	0	0	0
10	-.749993	+.556670	-.749993	-.556670
11	+.749993	-.852868	+.433012	-.852868
12	0	0	0	0
13	+.749993	+.296198	+.433012	+.296198
14	-.749993	+.296198	-.749993	-.296198
15	0	0	0	0
16	-.749993	-.852868	+.749993	+.852868
17	+.749993	+.556670	-.433012	+.556670
18	0	0	0	0
19	+.749993	+.556670	-.433012	+.556670
20	-.749993	-.852868	+.749993	+.852868
21	0	0	0	0
22	-.749993	+.296198	-.749993	-.296198
23	+.749993	+.296198	+.433012	+.296198
24	0	0	0	0
25	+.749993	-.852868	+.433012	-.852868
SUMA	+0.749993	-0.556670	+0.433012	+0.556670
Debe ser:	+ 0.75			

n	e_2e_4	e_3e_4	e_1f_1	e_1f_2
1	+.433012	+.321394	-.433012	+.433012
2	+.749993	+.852868	+.433012	+.433012
3	0	+.866025	0	0
4	-.749993	+.296198	-.433012	-.433012
5	-.433012	-.171010	+.433012	-.433012
6	0	0	0	0
7	-.433012	+.492404	-.433012	+.433012
8	-.749993	+.556670	+.433012	+.433012
9	0	0	0	0
10	+.749993	-.556670	-.433012	-.433012
11	+.433012	-.492404	+.433012	-.433012
12	0	0	0	0
13	+.433012	+.171010	-.433012	+.433012
14	+.749993	-.296198	+.433012	+.433012
15	0	-.866025	0	0
16	-.749993	-.852868	-.433012	-.433012
17	-.433012	-.321394	+.433012	-.433012
18	0	0	0	0
19	-.433012	-.321394	-.433012	+.433012
20	-.749993	-.852868	+.433012	+.433012
21	0	-.866025	0	0
22	+.749993	-.296198	-.433012	-.433012
23	+.433012	+.171010	+.433012	-.433012
24	0	0	0	0
25	+.433012	-.492404	-.433012	+.433012
SUMA	+0433012	- 2.657879	- 0.433012	+ 0.433012

n	e_1f_3	e_1f_4	e_2f_1	e_2f_2
1	+.663413	+.749993	-.433012	+.433012
2	-.150384	-.433012	-.433012	-.433012
3	0	0	0	0
4	-.813798	-.433012	+.433012	+.433012
5	+.813798	+.749993	+.433012	-.433012
6	0	0	0	0
7	+.150384	-.749993	-.433012	+.433012
8	-.663413	+.433012	-.433012	-.433012
9	0	0	0	0
10	+.663413	+.433012	+.433012	+.433012
11	-.150384	-.749993	+.433012	-.433012
12	0	0	0	0
13	-.813798	+.749993	-.433012	+.433012
14	+.813798	-.433012	-.433012	-.433012
15	0	0	0	0
16	+.150384	-.433012	+.433012	+.433012
17	-.663413	+.749993	+.433012	-.433012
18	0	0	0	0
19	+.663413	-.749993	-.433012	+.433012
20	-.150384	+.433012	-.433012	-.433012
21	0	0	0	0
22	-.813798	+.433012	+.433012	+.433012
23	+.813798	-.749993	+.433012	-.433012
24	0	0	0	0
25	+.150384	+.749993	-.433012	+.433012
SUMA	+ o.663413	+ 0.749993	- 0.433012	+ 0.433012
Debe ser:		+ 0.75		

n	e_2f_3	e_2f_4	e_3f_1	e_3f_2
1	+.663413	+.749993	-.331394	+.331394
2	+.150384	+.433012	-.492404	-.492404
3	0	0	+.866025	-.866025
4	+.813798	+.433012	-.171010	-.171010
5	+.813798	+.749993	+.171010	-.171010
6	0	0	-.866025	-.866025
7	+.150384	-.749993	+.492404	-.492404
8	+.663413	-.433012	+.331394	+.331394
9	0	0	0	0
10	-.663413	-.433012	-.331394	-.331394
11	-.150384	-.749993	-.492404	+.492404
12	0	0	+.866025	+.866025
13	-.813798	+.749993	-.171010	+.171010
14	-.813798	+.433012	+.171010	+.171010
15	0	0	-.866025	+.866025
16	-.150384	+.433012	+.492404	+.492404
17	-.663413	+.749993	+.331394	-.331394
18	0	0	0	0
19	+.663413	-.749993	-.331394	+.331394
20	+.150384	-.433012	-.492404	-.492404
21	0	0	+.866025	-.866025
22	+.813798	-.433012	-.171010	-.171010
23	+.813798	-.749993	+.171010	-.171010
24	0	0	-.866025	-.866025
25	+.150384	+.749993	+.492404	-.492404
SUMA	+ 2.591777	+ 0.749993	- 0.331394	- 2.727484

n	e_3f_3	e_3f_4	e_4f_1	e_4f_2
1	+.492404	+.556670	-.250000	+.250000
2	+.171010	+.492404	-.433012	-.433012
3	-.433012	0	+ 1	- 1
4	-.321394	+.171010	-.433012	-.433012
5	+.321394	+.296198	-.250000	+.250000
6	+.433012	+.866025	0	0
7	-.171010	-.852868	+.250000	-.250000
8	-.492404	-.321394	+.433012	+.433012
9	0	0	- 1	+ 1
10	+.492404	+.321394	+.433012	+.433012
11	+.171010	+.852868	+.250000	-.250000
12	-.433012	-.866025	0	0
13	-.321394	-.296198	-.250000	+.250000
14	+.321394	-.171010	-.433012	-.433012
15	+.433012	0	+ 1	- 1
16	-.171010	-.492404	-.433012	-.433012
17	-.492404	-.556670	-.250000	+.250000
18	0	- 1	0	0
19	+.492404	-.556670	+.250000	-.250000
20	+.171010	-.492404	+.433012	+.433012
21	-.433012	0	- 1	+ 1
22	-.321394	-.171010	+.433012	+.433012
23	+.321394	-.296198	+.250000	-.250000
24	+.433012	-.866025	0	0
25	-.171010	+.852868	-.250000	+.250000
SUMA	+ 0.492404	- 2.529439	- 0.250000	+ 0.250000

n	e_4f_3	e_4f_4	f_1f_2	f_1f_3
1	+.383022	+.433012	-.250000	-.383022
2	+.150384	+.433012	+.250000	-.086824
3	-.500000	0	- 1	-.500000
4	-.813798	-.433012	+.250000	+.469846
5	-.469846	-.433012	-.250000	+.469846
6	0	0	+ 1	-.500000
7	-.086824	+.433012	-.250000	-.086824
8	-.663413	+.433012	+.250000	-.383022
9	- 1	0	- 1	+ 1
10	-.663413	-.433012	+.250000	-.383022
11	-.086824	-.433012	-.250000	-.086824
12	0	0	+ 1	-.500000
13	-.469846	+.433012	-.250000	+.469846
14	-.813798	+.433012	+.250000	+.469846
15	-.500000	0	- 1	-.500000
16	+.150384	-.433012	+.250000	-.086824
17	+.383022	-.433012	-.250000	-.383022
18	0	0	+ 1	+ 1
19	-.383022	+.433012	-.250000	-.383022
20	-.150384	+.433012	+.250000	-.086824
21	+.500000	0	- 1	-.500000
22	+.813798	-.433012	+.250000	+.469846
23	+.469846	-.433012	-.250000	+.469846
24	0	0	+ 1	-.500000
25	+.086824	+.433012	-.250000	-.086824
SUMA	- 3.663888	+ 0.433012	- 0.250000	- 0.616978

n	f_1f_4	f_2f_3	f_2f_4	f_3f_4
1	-.433012	+.383022	+.433012	+.663413
2	-.250000	-.086824	-.250000	+.086824
3	0	+.500000	0	0
4	+.250000	+.469846	+.250000	+.469846
5	+.433012	-.469846	-.433012	+.813798
6	- 1	-.500000	- 1	+.500000
7	+.433012	+.086824	-.433012	-.150384
8	+.250000	-.383022	+.250000	-.382022
9	0	- 1	0	0
10	-.250000	-.383022	-.250000	+.383022
11	-.433012	+.086824	+.433012	+.150384
12	+ 1	-.500000	+ 1	-.500000
13	-.433012	-.469846	+.433012	-.813798
14	-.250000	+.469846	-.250000	-.469846
15	0	+.500000	0	0
16	+.250000	-.086824	+.250000	-.086824
17	+.433012	+.383022	-.433012	-.663413
18	- 1	+ 1	- 1	- 1
19	+.433012	+.383022	-.433012	-.663413
20	+.250000	-.086824	+.250000	-.086824
21	0	+.500000	0	0
22	-.250000	+.469846	-.250000	-.469846
23	-.433012	-.469846	+.433012	-.813798
24	+ 1	-.500000	+ 1	-.500000
25	-.433012	+.086824	+.433012	+.150382
SUMA	- 0.433012	+ 0.383022	- 0.433012	- 3.383497

n	l	e_1l	e_2l	e_3l
	(= -l)			
	(= al)			
1	- 2280.9	- 1975,316	- 1975,316	- 1466,135
2	- 2707.7	+ 2344,936	- 2344,936	- 2666,565
3	- 2249.0	0	0	- 1947,690
4	- 2819.5	- 2441,757	+ 2441,757	- 964,325
5	- 2794.6	+ 2420,193	+ 2420,193	+ 955,809
6	- 2985.5	0	0	+ 2585,518
7	- 2516.0	- 2178,919	- 2178,919	+ 2477,777
8	- 2574.0	+ 2229,148	- 2229,148	+ 1654,536
9	- 2865.5	0	0	0
10	- 2987.0	- 2586,817	+ 2586,817	- 1920,008
11	- 2902.5	+ 2513,638	+ 2513,638	- 2858,405
12	- 2247.0	0	0	- 1945,958
13	- 1717.0	- 1486,965	- 1486,965	- 587,248
14	- 3120.5	+ 2702,431	- 2702,431	+ 1067,273
15	- 2921.0	0	0	+ 2529,659
16	- 1718.5	- 1488,264	+ 1488,264	+ 1692,393
17	- 2017.5	+ 1747,205	+ 1747,205	+ 1296,825
18	- 2647.0	0	0	0
19	- 2354.0	- 2038,623	- 2038,623	- 1513,123
20	- 2913.0	+ 2522,731	- 2522,731	- 2868,746
21	- 2706.0	0	0	- 2343,464
22	- 1999.0	- 2343,464	+ 2343,464	- 683,698
23	- 3288.0	+ 2847,490	+ 2847,490	+ 1124,562
24	- 2409.0	0	0	+ 2086,254
25	- 2437.0	- 2110,503	- 2110,503	+ 2399,977
SUMA:	- 64176.7	+ 677,144	- 1200,744	- 1894,782

n	e_4l	f_1l	f_2l	f_3l	f_4l
1	- 1140,450	+ 1140,450	- 1140,450	- 1747,270	- 1975,316
2	- 2344,936	+ 1353,850	+ 1353,850	- 470,187	- 1353,850
3	- 2249,000	- 2249,000	+ 2249,000	+ 1124,500	0
4	- 2441,757	+ 1409,750	+ 1409,750	+ 2649,464	+ 1409,750
5	- 1397,300	+ 1397,300	- 1397,300	+ 2626,066	+ 2420,193
6	0	- 2985,500	- 2985,500	+ 1492,750	+ 2985,500
7	+ 1258,000	+ 1258,000	- 1258,000	- 436,898	+ 2178,919
8	+ 2229,148	+ 1287,000	+ 1287,000	- 1971,797	+ 1287,000
9	+ 2865,500	- 2865,500	+ 2865,500	- 2865,500	0
10	+ 2586,817	+ 1493,500	+ 1493,500	- 2288,173	- 1493,500
11	+ 1451,250	+ 1451,250	- 1451,250	- 504,013	- 2513,638
12	0	- 2247,000	- 2247,000	+ 1123,500	- 2247,000
13	- 858,500	+ 858,500	- 858,500	+ 1613,453	- 1486,965
14	- 2702,431	+ 1560,250	+ 1560,250	+ 2932,312	- 1560,250
15	- 2921,000	- 2921,000	+ 2921,000	+ 1460,500	0
16	- 1488,264	+ 859,250	+ 859,250	- 298,414	+ 859,250
17	- 1008,750	+ 1008,750	- 1008,750	- 1545,494	+ 1747,205
18	0	- 2647,000	- 2647,000	- 2647,000	+ 2647,000
19	+ 1177,000	+ 1177,000	- 1177,000	- 1803,268	+ 2038,623
20	+ 2522,731	+ 1456,500	+ 1456,500	- 505,837	+ 1456,500
21	+ 2706,000	- 2706,000	+ 2706,000	+,1353,000	0
22	+ 1731,184	+ 999,500	+ 999,500	+ 1878,446	- 999,500
23	+ 1644,000	+ 1644,000	- 1644,000	+ 3089,711	- 2847,490
24	0	- 2409,000	- 2409,000	+ 1204,500	- 2409,000
25	- 1218,500	+ 1218.500	- 1218.500	- 423,180	- 2110,503
SUMA	+ 400,742	+ 543,350	- 281,150	+ 5041,171	- 1967,072

$[aa] = [1 \times 1] = N = 25$

$[e_1e_1] = 17 \cdot 0,866025^2 = 12.749988$ (Debió ser: 12,75)

$[f_1f_1] = 17 \cdot 0,500000^2 + 8 \cdot 1^2 = 8 + 4,25 = 12,25$

$[e_2e_2] = 17 \cdot 0,866025^2 = 12,75$

$[f_2f_2] = 17 \cdot 0,500000^2 + 8 \cdot 1^2 = 12.25$

$[e_3e_3] = 5 \cdot 0,642788^2 + 6 \cdot 0,984808^2 + 6 \cdot 0,866025^2 + 6 \cdot 0,342020^2$

$= 2,065882 + 5,819081 + 4,499996 + 0,701866 = 13,086825$

$[f_3f_3] = 5 \cdot 0,766044^2 + 6 \cdot 0,173648^2 + 6 \cdot 0,939693^2 + 2 \cdot 1^2$

$= 2,934117 + 0,180922 + 1,500000 + 5,298138 + 2 = 11,913177$

$[e_4e_4] = 9 \cdot 0,500000^2 + 8 \cdot 0,866025^2 + 4 \cdot 1^2$

$= 2,250000 + 5,999994 + 4 = 12.249994$ (Debe ser: 12,25)

$[f_4f_4] = 9 \cdot 0,866025^2 + 8 \cdot 0,500000^2 + 4 \cdot 1^2 = 6,749994 + 2,00000 + 4 = 12,749994$

Comprobación:

$25 + 0 = 25$

$12.75 + 12.25 = 25$

$13.086825 + 11.913177 = 25.000002$ error : $0.000002/2 = 0.000001$

$12.249994 + 12.749994 = 24.999988$ error : $0.000012/2 = 0.000006$

Luego: $[e_3e_3] = 13.086825 - 0.000001 = 13.086824$

$[f_3f_3] = 11.913177 - 0.000001 = 11.913176$

$[e_4e_4] = 12.249994 + 0.000006 = 12.25$

$[f_4f_4] = 12.749994 + 0.000006 = 12.75$

Las ecuaciones normales serán:

$+ 25.000000\ A + 0.866025\ E_1 + 0.866025\ E_2 + 0.642788\ E_3 + 0.500000\ E_4$

$- 0.500000\ F_1 + 0.500000\ F_2 - 1.766044\ F_3 + 0.866025\ F_4 - 64176,700 = 0$

$+ 0.866025\ A + 12.750000\ E_1 + 0.750000\ E_2 - 0.556670\ E_3 + 0.433012\ E_4$

$- 0.433012\ F_1 + 0.433012\ F_2 + 0.663413\ F_3 + 0.750000\ F_4 + 677,144 = 0$

$+ 0.866025\ A + 0.750000\ E_1 + 12.750000\ E_2 + 0.556670\ E_3 + 0.433012\ E_4$

$- 0.433012\ F_1 + 0.433012\ F_2 + 2.591777\ F_3 + 0.750000\ F_4 - 1200,744 = 0$

$+ 0.642788\ A - 0.556670\ E_1 + 0.556670\ E_2 + 13,086824\ E_3 - 2.657879\ E_4$

$- 0.33139\ F_1 - 2.727484\ F_2 + 0.492404\ F_3 - 2.529439\ F_4 - 1894,782 = 0$

$+ 0.500000\ A + 0.433012\ E_1 + 0.433012\ E_2 - 2.657879\ E_3 + 12.250000\ E_4$

$- 0.250000\ F_1 + 0.250000\ F_2 - 3.663888\ F_3 + 0.433012\ F_4 + 400,742 = 0$

$$- 0.500000\ A - 0.433012\ E_1 - 0.433012\ E_2 - 0.331394\ E_3 - 0.250000\ E_4$$
$$+ 12.250000\ F_1 - 0.250000\ F_2 - 0.616978\ F_3 - 0.433012\ F_4 + 543{,}350 = 0$$

$$+ 0.500000\ A + 0.433012\ E_1 + 0.433012\ E_2 - 2.727484\ E_3 + 0.250000\ E_4$$
$$- 0.250000\ F_1 + 12.250000\ F_2 + 0.383022\ F_3 - 0.433012\ F_4 - 281{,}150 = 0$$

$$- 1.766044\ A + 0.663413\ E_1 + 2.591777\ E_2 + 0.492404\ E_3 - 3.663888\ E_4$$
$$- 0.616978\ F_1 + 0.383022\ F_2 + 11.913176\ F_3 - 3.383497\ F_4 + 5041{,}171 = 0$$

$$+ 0.866025\ A + 0.750000\ E_1 + 0.750000\ E_2 - 2.529439\ E_3 + 0.433012\ E_4$$
$$- 0.433012\ F_1 - 0.433012\ F_2 - 3.383497\ F_3 + 12.740000\ F_4 - 1967{,}72 = 0$$

El sistema de ecuaciones se resolvió por aproximaciones sucesivas, despejando en cada ecuación la incognita que está multiplicada por la suma de los cuadrados de los coeficientes $[aa]_1$ $[ee]$ o $[ff]_1$ e introduciendo los valores ya obtenidos para las incognitas en el proceso anterior.

Los resultados son:

$A = + 2578{,}4$

$E_1 = - 212{,}9$

$E_2 = - 41{,}6$

$E_3 = - 38{,}5$

$E_4 = - 154{,}8$

$F_1 = + 41{,}6$

$F_2 = - 76{,}7$

$F_3 = - 69{,}5$

$F_4 = - 28{,}0$

Sin preocuparnos del signo se obtiene para Bp el valor $\pm \sqrt{Ep^2 + Fp^2}$

$p = 3$	$B_1 = \pm 216{,}9$
$p = 6$	$B_2 = \pm 87{,}3$
$p = 9$	$B_3 = \pm 79{,}5$
$p = 12$	$B_4 = \pm 157{,}3$

Estos valores (B) representan el valor máximo de cada sinusoide, y por tanto su importancia.

$A = + 2578.40$

n	E_1 sen $D_1 n$	$+ F_1 \cos D_1 n$	$= L_1$
1	- 184.38	- 20.80	- 205.18
2	+ 184.38	- 20.80	+ 163.58
3	0	+ 41.60	+ 41.60

n	E_2 sen $D_2 n$	$+ F_2 \cos D_2 n$	$= L_2$
1	- 36.03	- 38.35	- 74.38
2	- 36.03	+ 38.35	+ 2.32
3	0	+ 76.70	+ 76.70
4	+ 36.03	+ 38.35	+ 74.38
5	+ 36.03	- 38.35	- 2.32
6	0	- 76.70	- 76.70

n	E_3 sen $D_3 n$	$+ F_3 \cos D_3 n$	$= L_3$
1	- 24.75	- 53.24	- 77.99
2	- 37.92	- 12.07	- 49.99
3	- 33.34	+ 34.75	+ 1.41
4	- 13.17	+ 65.31	+ 52.14
5	+ 13.17	+ 65.31	+ 78.48
6	+ 33.34	+ 34.75	+ 68.09
7	+ 37.92	- 12.07	+ 25.85
8	+ 24.75	- 53.24	- 28.49
9	0	- 69.50	- 69.50

n	E_4 sen $D_4 n$	$+ F_4 \cos D_4 n$	$= L_4$
1	- 77.40	- 24.25	- 101.65
2	- 133.17	- 14.00	- 147.17
3	- 154.80	0	- 154.80
4	- 133.17	+ 14.00	- 119.17
5	- 77.40	+ 24.25	- 53.15
6	0	+ 28.00	+ 28.00
7	+ 77.40	+ 24.25	+ 101.65
8	+ 133.17	+ 14.00	+ 147.17
9	+ 154.80	0	+ 154.80
10	+ 133.17	- 14.00	+ 119.17
11	+ 77.40	- 24.25	+ 53.15
12	0	- 28.00	- 58.00

n	A	+ L_1	+ L_2	+ L_3	+ L_4	= L	L(medido)	e
1	+ 2578.40	- 205.18	- 74.38	- 77.99	- 101.65	2119.20	2280.9	- 161.70
2	+ 2578.40	+ 163.58	+ 2.32	- 49.99	- 147.17	2547.14	2707.7	- 160.56
3	+ 2578.40	+ 41.60	+ 76.70	+ 1.41	- 154.80	2543.31	2249.0	+ 294.31
4	+ 2578.40	- 205.18	+ 74.38	+ 52.14	- 119.17	2380.57	2819.5	- 438.93
5	+ 2578.40	+ 163.58	- 2.32	+ 78.48	- 53.15	2764.99	2794.6	- 29.61
6	+ 2578.40	+ 41.60	- 76.70	+ 68.09	+ 28.00	2639.39	2985.5	- 346.11
7	+ 2578.40	- 205.18	- 74.38	+ 25.85	+ 101.65	2426.34	2516.0	- 89.66
8	+ 2578.40	+ 163.58	+ 2.32	- 28.49	+ 147.17	2862.98	2574.0	+ 288.98
9	+ 2578.40	+ 41.60	+ 76.70	- 69.50	+ 154.80	2782.00	2865.5	83.50
10	+ 2578.40	- 205.18	+ 74.38	- 77.99	+ 119.17	2488.78	2987.0	- 498.22
11	+ 2578.40	+ 163.58	- 2.32	- 49.99	+ 53.15	2472.82	2902.5	- 159.68
12	+ 2578.40	+ 41.60	- 76.70	+ 1.41	- 28.00	2516.71	2247.0	+ 269.71
13	+ 2578.40	- 205.18	- 74.38	+ 52.14	- 101.65	2249.33	1717.0	+ 532.33
14	+ 2578.40	+ 163.58	+ 2.32	+ 78.48	- 147.17	2675.61	3120.5	- 444.89
15	+ 2578.40	+ 41.60	+ 76.70	+ 68.09	- 154.80	2609.99	2921.0	- 311.01
16	+ 2578.40	- 205.18	+ 74.38	+ 25.85	- 119.17	2354.28	1718.5	+ 635.78
17	+ 2578.40	+ 163.58	- 2.32	- 28.49	- 53.15	2658.02	2017.5	+ 640.52
18	+ 2578.40	+ 41.60	- 76.70	- 69.50	+ 28.00	2501.80	2647.0	- 145.20
19	+ 2578.40	- 205.18	- 74.38	- 77.99	+ 101.65	2322.50	2354.0	- 31.50
20	+ 2578.40	+ 163.58	+ 2.32	- 49.99	+ 147.17	2841.48	2913.0	- 71.52
21	+ 2578.40	+ 41.60	+ 76.70	+ 1.41	+ 154.80	2852.91	2706.0	+ 146.91
22	+ 2578.40	- 205.18	+ 74.38	+ 52.14	+ 119.17	2618.91	1999.0	+ 619.91
23	+ 2578.40	+ 163.58	- 2.32	+ 78.48	+ 53.15	2871.29	3288.0	- 461.71
24	+ 2578.40	+ 41.60	- 76.70	+ 68.09	- 28.00	2583.39	2409.0	+ 174.39
25	+ 2578.40	- 205.18	- 74.38	+ 25.85	- 101.65	2223.04	2437.0	- 213.96
SUMA						64176.78		+ 0.08

El erro medio de nuestra función periódica es:

$$\sqrt{[e^2]/(N-13)}$$

ya que el período de un año introduce una condición (tiene una sóla constante) y cada uno de los demás períodos introduce tres condiciones mas (usa tres constantes: E, F y D):

$$\sum e^2 = 2972269,1440$$

$$E = \sqrt{1/(25-13)\sum e^2} = \pm 498$$

Prom: 2567

error medio: $e = \frac{498}{2567} = 0.19400 = 19.40\%$

error probable: $0.6745 \times 19.40 = 13.1\%$

n	A	+ L_1	+ L_2	+ L_3	+ L_4	= L
						64176.78
26	+ 2578.40	+ 163.58	+ 2.32	- 28.49	- 147.17	2568.64
27	+ 2578.40	+ 41.60	+ 76.70	- 69.50	- 154.80	2472.40
28	+ 2578.40	- 205.18	+ 74.38	- 77.99	- 119.17	2250.44
29	+ 2578.40	+ 163.58	- 2.32	- 49.99	- 53.15	2636.52
30	+ 2578.40	+ 41.60	- 76.70	+ 1.41	+ 28.00	2572.71
31	+ 2578,40	- 205.18	- 74.38	+ 52.14	+ 101.65	2452.63
32	+ 2578.40	+ 163.58	+ 2.32	+ 78.48	+ 147.17	2969.95
33	+ 2578.40	+ 41.60	+ 76.70	+ 68.09	+ 154.80	2919.59
34	+ 2578.40	- 205.18	+ 74.38	+ 25.85	+ 119.17	2592.62
35	+ 2578.40	+ 163.58	- 2.32	- 28.49	+ 53.15	2764.32
36	+ 2578.40	+ 41.60	- 76.70	- 69.50	- 28.00	2445.80
						92822.40

Promedio(debe ser A)1/36•92822.40 = 2578.40 //
mínimo: 2119.20
máximo: 2969.95

El error medio es fuerte ± 498 lo que da un 19,40 % del promedio. Por tanto usaremos el método de la superposición de los períodos individuales, para compararlo con el de las sinusoides.

El promedio del período de 25 años 2567.07 es un poco inferior al del período de 36 años (2578.40) lo que indica queel período de observaciones es casi normal, con una pequeña diferencia a favor de la seguridad.

3) <u>Superposición de períodos.</u>

(L1), (L2), (L3), (L4), y (L5) corresponden a los períodos p = 1, 3, 6, 9, y 12 respectivamente. Del cálculo previo obtenemos:

n	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	$L_2\ L_3$	$L_2\ L_4$
1	2567.07	2314.32	2260.98	2540.63	2144.97	5232631.2336	5879830.8216
2	2567.07	2789.73	2828.80	2841.07	2914.10	7891588.2240	7925818.2111
3	2567.07	2628.75	2685.38	2400.67	2585.00	7059192.6750	6310761.2625
4	2567.07	2314.32	2381.00	2178.50	2269.00	5510395.9200	5041746.1200
5	2567.07	2789.73	2750.65	3067.70	2406.05	7673570.8245	8558054.7210
6	2567.07	2628.75	2572.12	2771.83	2816.25	6761460.4500	7286448.1125
7	2567.07	2314.32	2260.98	223.83	2435.00	5232631.2336	5146654.2456
8	2567.07	2789.73	2828.80	2295.75	2743.50	7891588.2240	6404522.6475
9	2567.07	2628.75	2685.38	2756.25	2785.75	7059192.6750	7245492.1875
10	2567.07	2314.32	2381.00	2540.63	2493.00	5510395.9200	5879830.8216
11	2567.07	2789.73	2750.65	2841.07	3095.25	7673570.8245	7925818.2111
12	2567.07	2628.75	2572.12	2400.67	2328.00	6761460.4500	6310761.2625
13	2567.07	2314.32	2260.98	2178.50	2144.97	5232631.2336	5041746.1200
14	2567.07	2789.73	2828.80	3067.70	2914.10	7891588.2240	8558054.7210
15	2567.07	2628.75	2685.38	2771.83	2585.00	7059192.6750	7286448.1125
16	2567.07	2314.32	2381.00	2223.83	2269.00	5510395.9200	5146654.2456
17	2567.07	2789.73	2750.65	2295.75	2406.05	7673570.8245	6404522.6475
18	2567.07	2628.75	2572.12	2756.25	2816.25	6761460.4500	7245492.1875
19	2567.07	2314.32	2260.98	2540.63	2435.00	5232631.2336	5879830.8216
20	2567.07	2789.73	8228.80	2841.07	2743.50	7891588.2240	7925818.2111
21	2567.07	2628.75	2685.38	2400.67	2785.75	7059192.6750	6310761.2625
22	2567.07	2314.32	2381.00	2178.50	2493.00	5510395.9200	5041746.1200
23	2567.07	2789.73	2750.65	3067.70	2095.25	7673570.8245	8558054.7210
24	2567.07	2628.75	2572.12	2771.83	2328.00	6761460.4500	7286448.1125
25	2567.07	2314.32	2260.98	2223.83	2144.97	5232631.2336	5146654.2456
	64176.75	64176.72	64176.70	64176.69	64176.71	165747988,5420	165747970.1529

n	L_2L_5	L_3L_4	L_3L_5	L_4L_5
1	4964146.9704	5744313.6174	4849734.2706	5449575.6311
2	8129552.1930	8036818.8160	8243406.0800	8279162.0870
3	6795318.7500	6446711.2046	6941707.3000	6205731.9500
4	5251192.0800	5187008.5000	5402489.0000	4943016.5000
5	6712229.8665	8438169.0050	6618201.4325	7381039.5850
6	7403217.1875	7129479.3796	7243732.9500	7806166.2375
7	5635369.2000	5028035.1534	5505486.3000	5415026.0500
8	7653624.2550	6494217.6000	7760812.8000	6298390.1250
9	7323040.3125	7401578.6250	7480797.3350	7678223.4375
10	5769599.7600	6049240.0300	5935833.0000	6333790.5900
11	8634911.7825	7814789.1955	8513949.4125	8710250.1675
12	6119730.0000	6174811.3204	5987895.3600	5588759.7600
13	4964146.9704	4925544.9300	4849734.2706	4672817.1450
14	8129552.1930	8677909.7600	8243406.0800	8939584.5700
15	6795318.7500	7443416.8454	6941707.3000	7165180.5500
16	5251192.0800	5294939.2300	5402489.0000	5045870.2700
17	6712229.8665	6314804.7375	6618201.4325	5523689.2875
18	7403217.1875	7089405.7500	7243732.9500	7762289.0625
19	5635369.2000	5744313.6174	5505486.3000	6186434.0500
20	7653624.2550	8036818.8160	7760812.8000	7794475.5450
21	7323040.3125	6446711.2046	7480797.3350	6687666.4525
22	5769599.7600	5187008.5000	5935833.0000	5431000.5000
23	8634911.7825	8438169.0050	8513949.4125	9495298.4250
24	6119730.0000	7129479.3796	5987895.3600	6452820.2400
25	4964946.9704	5028035.1534	4849734.2706	4770048.6351
	165748011.6852	165701729.3758	165817824.7518	166016306.3532

n	-1	$-L_2 1$	$-L_3 1$	$-L_4 1$	$-L_5 1$
1	2280.9	5278732.488	5157069.282	5794922.967	4892233.983
2	2707.7	7553751.921	7659541.176	7692765.239	7890508.570
3	2249.0	5912058.750	6039419.620	5399106.830	5813665.000
4	2819.5	6525225.240	6713229.500	6142280.750	6397445.500
5	2794.6	7796179.458	7686966.490	8572994.420	6723947.330
6	2985.5	7848133.125	7679064.260	8275298.465	8407914.375
7	2516.0	5822829.120	5688625.680	5595156.280	6126460.000
8	2574.0	7180765.020	7281331.200	5909260.500	7061769.000
9	2865.5	7532683.125	7694956.390	7898034.375	7982566.625
10	2987.0	6912873.840	7112047.000	7588861.810	7446591.000
11	2902.5	8097191.325	7983761.625	8246205.675	8983963.125
12	2247.0	5906801.250	5779553.640	5394305.490	5231016.000
13	1717.0	3973687.440	3882102.660	3740484.500	-3682741.790
14	3120.5	8705352.465	8827270.400	9572757.850	9093449.050
15	2921.0	7678578.750	7843994.980	8096515.430	7550785.000
16	1718.5	3997158.920	4091748.500	3821651.855	3899276.500
17	2017.5	5628280.275	5549436.375	4631675.625	4854205.875
18	2647.0	6958301.250	6808401.640	7295793.750	7454613.750
19	2354.0	5447909.280	5322346.920	5980643.020	5731990.000
20	2913.0	8126483.490	8240294.400	8276036.910	7991815.500
21	2706.0	7113397.500	7266638.280	6496213.020	7538239.500
22	1999.0	4626325.680	4759619.000	4354821.500	4983507.000
23	3288.0	9172632.240	9044137.200	10086597.200	10177182.000
24	2409.0	6332658.750	6196237.080	6677338.470	5608152.000
25	2437.0	5639997.840	5510008.260	5419473.710	5227048.190
	64176.7	165767988.542	165817801.558	166959196.041	166751086.663

$[L_1l_1] = N \cdot L_1^2 = 25 \cdot 2567.07^2 = 164746209.6225$

$[L_1L_2] = L_1[l_2] = 2567.07 \cdot 64176.72 = 164746132.6104$

$[L_1L_3] = L_1[L_3] = 2567.07 \cdot 64176.70 = -164746081.2690$

$[L_1L_4] = L_1[L_4] = 2567.07 \cdot 64176.69 = -164746055.5983$

$[L_1L_5] = L_1[L_5] = 2567.07 \cdot 64176.71 = 164746106.9397$

$[L_2L_2] = 9 \times 2314.32^2 \times 8 \times 2789.73^2 + 8 \times 2628.75^2 = 165748053.8448$

$[L_3L_3] = 5 \times 2260,98^2 + 4 \times 2828,80^2 + 4 \times 2685,38^2 + 4 \times 2381,00^2 + 4 \times 2750,65^2 +$
$4 \times 2572,12^2$

$= 165817804.4072$

$[L_4L_4] = 3 \times 2540,63^2 + 3 \times 2841,07^2 + 3 \times 2400,67^2 + 3 \times 2178,50^2 + 3 \times 3067,70^2 +$
$3 \times 2771,83^2 + 3 \times 2223,83^2 + 2 \times 2295,75^2 + 2 \times 2756,25^2$

$= 166959173,0955$

$[L_5L_5] = 3 \times 2144,97^2 + 2 \times 2914,10^2 + 2 \times 2585,00^2 + 2 \times 2269,00^2 + 2 \times 2406,05^2 +$
$2 \times 2816,25^2 + 2 \times 2435,00^2 + 2 \times 2743,50^2 + 2 \times 2785,75^2 + 2 \times 2493,00^2 + 2 \times 3095,25^2 +$
$+ 2 \times 2328,00^2$

$= 166751751.6027$

$[L_1l] = L_1[l] = 2567,07 \cdot (-)\ 64176,7 = -164.746.081,269$

Las ecuaciones normales serán:

$164746209,6225A + 164746132,6104B + 164746081,2690C + 164746055,5983D +$
$+ 164746106,9397E - 164746081,269 = 0$

$164746132,6104A + 165748053,8448B + 165746988,5420C + 165747970,1529D +$
$+ 165748011,6852E - 165767988,542 = 0$

$164746081,2690A + 165747988,5420B + 165817804,4072C + 165701729,3758D +$
$165817824,7518E - 165817801,558 = 0$

$164746055,5983A + 165747970,1529B + 165701729,3758C + 166959173,0955D +$
$+ 166016306,3532E - 166959196,041 = 0$

$164746106,9397A + 165748011,6852B + 165817824,7518C + 166016306,3532D +$
$+ 166751751,6027E - 166751086,663 = 0$

$A = -\ 0,020.520$
$B = -\ 1,089.937$
$C = +\ 0,550.278$
$D = +\ 0,845.715$
$E = +\ 0,714.464$

n	AL_1	$+BL_2$	$+CL_3$	$+DL_4$	$+EL_5$	= L	L(medido)	e
1	- 52.68	- 2522.46	+ 1244.17	+ 2148.65	+ 1532.50	2350.18	2280.9	+ 69.28
2	- 52.68	- 3040.63	+ 1556.63	+ 2402.74	+ 2082,02	2948.08	2707,7	+240.38
3	- 52.68	- 2865.17	+ 1477.71	+ 2030.28	+ 1846.89	2437.03	2249.0	+188.03
4	- 52.68	- 2522.46	+ 1310.21	+ 1842.39	+ 1621.12	2198.58	2819.5	-620.92
5	- 52.68	- 3040.63	+ 1513.62	+ 2594.40	+ 1719.04	2733.75	2794.6	- 60.85
6	- 52.68	- 2865.17	+ 1415.38	+ 2344.18	+ 2012.11	2853.82	2985.5	-131.68
7	- 52.68	- 2522.46	+ 1244.17	+ 1880.73	+ 1739.72	2289.48	2516.0	-226.52
8	- 52.68	- 3040.63	+ 1556.63	+ 1941.55	+ 1960.13	2365.00	2574.0	-209.00
9	- 52.68	- 2865.17	+ 1477.71	+ 2331.00	+ 1990.32	2881.18	2865.5	+ 15.68
10	- 52.68	- 2522.46	+ 1310.21	+ 2148.65	+ 1781.16	2664.88	2987.0	-322.12
11	- 52.68	- 3040.63	+ 1513.62	+ 2402.74	+ 2211.44	3034.49	2902.5	+131.99
12	- 52.68	- 2865.17	+ 1415.38	+ 2030.28	+ 1663.27	2191.08	2247.0	- 55.92
13	- 52.68	- 2522.46	+ 1244.17	+ 1842.39	+ 1532.50	2043.92	1717.0	+326.92
14	- 52.68	- 3040.63	+ 1556.63	+ 2594.40	+ 2082.02	3139.74	3120.5	+ 19.24
15	- 52.68	- 2865.17	+ 1477.71	+ 2344.18	+ 1846.89	2750.93	2921.0	-170.07
16	- 52.68	- 2522.46	+ 1310.21	+ 1880.73	+,1621.12	2236.92	1718.5	+518.42
17	- 52.68	- 3040.63	+ 1513.62	+ 1941.55	+ 1719.04	2080.90	2017.5	+ 63.40
18	- 52.68	- 2865.17	+ 1415.38	+ 2331.00	+ 2012.11	2840.64	2647.0	+193.64
19	- 52.68	- 2522.46	+ 1244.17	+ 2148.65	+ 1739.72	2557.40	2354.0	+203.40
20	- 52.68	- 3040.63	+ 1556.63	+ 2402.74	+ 1960.13	2826.19	2913.0	- 86.81
21	- 52.68	- 2865.17	+ 1477.71	+ 2030.28	+ 1990.32	2580.46	2706.0	-125.54
22	- 52.68	- 2522.46	+ 1310.21	+ 1842.39	+ 1781.16	2358.62	1999.0	+359.62
23	- 52.68	- 3040.63	+ 1513.62	+ 2594.40	+ 2211.44	3236.15	3288.0	- 61.85
24	- 52.68	- 2865.17	+ 1415.38	+ 2344.18	+ 1663.27	2504.98	2409.0	+ 95.98
25	- 52.68	- 2522.46	+ 1244.17	+ 1880.73	+ 1532.50	2082.26	2437.0	-354.74
						64176.66		- 0.04

n	AL_1	$+BL_2$	$+CL_3$	$+DL_4$	$+EL_5$	= L
Suma anterior:						64176.66
26	- 52.68	- 3040.63	+ 1556.63	+ 1941.55	+ 2082.02	2486.89
27	- 52.68	- 2865.17	+ 1477.71	+ 2331.00	+ 1846.89	2737.75
28	- 52.68	- 2522.46	+ 1310.21	+ 2148.65	+ 1621.12	2504.84
29	- 52.68	- 3040.63	+ 1513.62	+ 2402.74	+ 1719.04	2542.09
30	- 52.68	- 2865.17	+ 1415.38	+ 2030.28	+ 2012.11	2539.92
31	- 52.68	- 2522.46	+ 1244.17	+ 1842.39	+ 1739.72	2251.14
32	- 52.68	- 3040.63	+ 1556.63	+ 2594.40	+ 1960.13	3017.85
33	- 52.68	- 2865.17	+ 1477.71	+ 2344.18	+ 1990.32	2894.36
34	- 52.68	- 2522.46	+ 1310.21	+ 1880.73	+ 1781.16	2396.96
35	- 52.68	- 3040.63	+ 1513.62	+ 1941.55	+ 2211.44	2573.30
36	- 52.68	- 2865.17	+ 1415.38	+ 2331.00	+ 1663.27	2491.80
						92613.56

Promedio: 92613,56/36 = 2572.60
Mínimo 2080,90
Máximo 3226.15

Como en el caso anterior el promedio del período completo de 36 años es un poco superior al de 25 años.

El error medio en éste caso será:

$e = \sqrt{(AE_A)^2 + (BE_B)^2 + (CE_C)^2 + (DE_D)^2 + (EE_E)^2}$, siendo ($E_A$) el error del período (A) calculado inicialmente, etc.

Se obtiene:

e = 634

Como este valor es superior al error medio de la función sinusoidal se acepta ésta.

4) RESUMEN.

La prolongación de la estadística de lluvias produjo errores fuertes con ambos métodos. Podría mejorarse la situación eliminando en el cálculo algunos de los períodos. Con esto se obtiene (Σe^2) mayores pero como esta suma se divide ahora por un número mayor es posible que el error medio disminuya. Esta disminución no podrá ser importante por lo que se desiste de buscar solución por este lado.

Con respecto a la estadística de lluvias de 25 años de Atacalco podemos afirmar que corresponde a un período un poco mas seco pero muy parecido al período total de 36 años obtenido.

Lo mismo podemos decir de los 10 años en que tenemos estadística de gastos en Atacalco. En efecto entre 1946 y 1955 (que corresponden a los años N° 16 al 25) tenemos un promedio de lluvias de 2449. La fórmulas de extrapolación dan 2583 y 2529 para los dos dos métodos usados.

p. 29

II.- Rendimiento de una hoya.

a) Datos disponibles

p. 49 of statistics shows San Lorenzo upstream from Atacalco

1) Escurrimientos

En el río Diguillín se han medido los gastos desde el 23 de mayo de 1946 al 10 de junio de 1955 en Atacalco y desde el 16 de junio de 1955 adelante en San Lorenzo, ambas estaciones a corta distancia una de la otra.

Las superficies de las hoyas hidrográficas en Atacalco y San Lorenzo son respectivamente de 205 y 195 Km2. estando la segunda integramente abarcada por la primera y siendo ínfima la diferencia entre ambas.

Esto nos autoriza para reconstruir la estadística en Atacalco desde el 16 de junio de 1955 adelante amplificando los datos de San Lorenzo por la razón de las hoyas hidrográficas (os sea por 205/195 = 1,0513).

Como el año hidrológico abarca desde mayo de un año hasta abril del año siguiente, debemos reconstruir los datos del 1° al 22 de mayo de 1946 para completar ese año hidrológico. Además debemos reconstruir los datos para los días del 11 al 15 de junio de 1955 en que no hay datos en ninguna de las dos estaciones.

Para estos efectos nos servirán los siguientes antecedentes de gastos en las estaciones del río Diguillín y del río Renegado en Invernada y del Itata en Cholguán.

Gastos medios (m3/seg)

Estación	Atacalco	San Lorenzo	Invernada	Cholguán
23 al 31 de mayo de 1946	17,7	-	1,47	40
1 al 31 de mayo de 1946	-	-	1,29	25,7
1 al 10 de junio de 1955	85	-	5,9	47,1
11 al 15 de junio de 1955	-	-	6,1	30,0
16 al 30 de junio de 1955	-	51,7	8,1	29,6

Las dos últimas hoyas son vecinas a las del Diguillín y sus regímenes son semejantes.

Tomando como base el río Renegado obtendremos para Atacalco:

En mayo 1946 — 17,7 x 1,29/1,47 = 15,53 m3/seg

del 11 de junio al 15 (1955) — 85,0 x 6,1/5,9 = 87,88 m3/seg

Basandose en San Lorenzo y el río Renegado tendremos:

del 11 al 15 de junio 1955 — 1,0513 x 51,7 x 6,1/8,1 = 41,01 m3/seg

Tomando en cuenta que para el primer dato del 11 al 15 de junio sirvieron de base los 10 días de observación y para el segundo 15 ob-tendremos como promedio del 11 al 15: (87,88 x 10 + 41,01 x 15)/(10+15) = 59,76 m3/seg

El error probable se obtiene sumando los cuadrados de los errores de los 25 días, dividiendo por 25-1 = 24 y extrayendo raíz cuadrada. El resultado es:

E = 23,435

Los mismos valores tomando como base la estación de Cholguán serán:

17,7 x 25,7/40,0 = 11,37 m3/seg

85,0 x 30,0/47,1 = 54,14 m3/seg

1,0513 x 51,7 x 30,0/29,6 = 55,09 m3/seg

(54,14 x 10 + 55,09 x 15)/(10 + 15) = 54,71 m3/seg

E = 0,475

Tomando en cuenta los errores probables obtendríamos los siguientes valores:

Mayo 1946 (15,53 x 0,475 + 11,37 x 23,435)/(0,475 + 23,435) = 11,45
11 al 15 de junio 1955 (59,76 x 0,475 + 54,71 x 23,435)/(0,475 + 23,435) = 54,81

Si consideramos las distancias del centro de gravedad de la Hoya de Atacalco a los de las hoyas del Renegado y del Itata que guardan la proporción 1: 2,99 (=31,4/10,5) llegamos a los siguientes valores:

Mayo 1946 (15,53 x 2,99 + 11,37)/(1+2,99) = 14,49
11 al 15 de Junio de 1955 (59,76 x 2,99 + 54,71)/(1+2,99) = 58,49

Aceptaremos como promedio final:

Mayo 1946 14,2 m3/seg
11 al 15 de junio de 1955 58,1 m3/seg

Esto para junio da (1955)
(85,0 x 10 +58,1 x 5 + 1,0513 x 51,7 x 15) = 65,2 m3/seg

La estadística corregida de Atacalco será:

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	14,2	16,2	41,3	21,2	32,5	18,6	24,7	14,1
1947	4,7	3,0	2,6	2,2	6,6	30,9	21,7	19,2	14,4	20,8	11,5	7,0
1948	4,8	3,7	3,0	13,9	17,1	28,8	39,2	14,7	61,0	32,8	21,9	14,2
1949	7,2	5,2	7,1	4,5	68,0	55,7	13,1	8,9	6,8	7,7	4,7	5,2
1950	5,5	2,8	2,4	13,1	47,7	36,9	21,4	62,3	28,4	21,3	27,4	15,4
1951	18,0	12,6	6,5	4,3	32,2	51,6	61,2	22,9	36,3	19,7	15,6	11,6
1952	7,2	5,8	7,2	4,3	17,3	32,7	32,7	17,2	18,7	15,4	7,0	4,8
1953	5,0	3,8	3,4	4,7	55,0	22,1	34,6	66,6	64,5	21,8	27,4	19,9
1954	11,8	7,0	5,0	6,4	19,2	46,8	47,1	52,7	19,0	19,2	20,2	13,4
1955	6,8	4,3	2,5	2,0	6,9	65,2	9,0	23,4	17,6	16,7	12,3	19,6
1956	19,1	4,1	10,3	21,7								

Con esto tendremos en los años hidrológicos los siguientes volúmenes escurridos, que se obtienen sumando los promedios mensuales de los meses correspondientes y multiplicando la suma por el número de segundos del mes (2,63 millones)

Año Hidrológico	Volúmen anual escurrido en Atacalco
1946	513,6 millones de m3
1947	414,2
1948	667,2
1949	510,0
1950	794,8
1951	724,8
1952	427,9
1953	899,7
1954	665,9
1955	594,1
	6212.2 millones de m3

2) Lluvias

Se dispone de la estadística diaria de lluvias en Atacalco (Latitud: 36°53' Longitud: 71°54')

De ella se obtuvieron las sumas anuales de las precipitaciones durante los años hidrológicos, y las sumas anuales de los cuadrados de las precipitaciones diarias en los mismos períodos. Esta última suma se divide por el número de días del año (365 o 366 según el caso) y la raíz cuadrada del resultado nos dará el promedio cuadrático de las lluvias diarias, que multiplicada por el número de días del año nos dará la"suma cuadrática anual" de las lluvias. (En resúmen se multiplica la suma de los cuadrados de las lluvias diarias por el número de días del año y se extrae la raíz cuadrada, para obtener la suma cuadrática anual).

La suma cuadrática tiene la ventaja sobre la suma normal que dá mayor importancia a las lluvias fuertes, que son precisamente las que dan un buen rendimiento en el escurrimiento superficial inmediato.

Los datos obtenidos para los años que nos interesan son:

Año Hidrologico	Lluvia Anual	Suma de los cuadrados de las lluvias.	Suma cuadrática anual.
1945	2.921	171.797	7.919
1946	1.719	67.165	4.951
1947	2.018	95.343	5.907
1948	2.647	130.803	6.910
1949	2.354	131.056	6.916
1950	2.913	165.517	7.773
1951	2.706	150.716	7.427
1952	1.999	89.681	5.721
1953	3.288	227.603	9.115
1954	2.409	121.137	6.649
1955	2.437	141.305	7.191

Como la estación pluviométrica está ubicada cerca del extremo inferior de la hoya hidrográfica, debemos obtener los datos para el centro de Gravedad de la Hoya del Diguillín. Para este efecto se recurrió al "Mapa anual de lluvias" de Chile elaborado por don Elías Almeyda A. En este mapa se ubicó la estación pluviométrica de Atacalco y el centro de gravedad de la hoya. Interpolando las isoyetas del mapa se llegó a los siguientes valores para las precipitaciones medias anuales:

En la estación pluviométrica: 1950 mm
En el centro de la hoya: 3100 mm

De aquí obtenemos el coeficiente que amplifica los datos anteriores para trasladarlos al centro de la hoya. Este coeficiente es: 3100/1950 = 1,590 (Las sumas de los cuadrados de las lluvias deberán amplificarse por el cuadrado de este coeficiente).

Según lo expuesto se obtienen los siguientes datos para la hoya del Diguillín en Atacalco:

Año Hidrológico	Lluvia Anual	Suma de los cuadrados de las lluvias.	Suma cuadrática anual
1945	4,644(m)	0,4343 (m2)	12,591 (m)
1946	2,733	0,1698	7,872
1947	3,209	0,2410	9,392
1948	4,209	0,3307	10,987
1949	3,743	0,3313	10,996
1950	4,632	0,4184	12,359
1951	4,303	0,3810	11,809
1952	3,178	0,2267	9,096
1953	5,228	0,5754	14,493
1954	3,830	0,3062	10,572
1955	3,875	0,3572	11,434

3.- Rendimiento de la hoya hidrográfica

El rendimiento de una hoya hidrográfica en un año dado es la razón entre el volúmen anual escurrido y el agua caída sobre la hoya.

Si (R) es el rendimiento, (V) el volúmen anual escurrido en (m3), (p) la precipitación anual en (mm) y (S) la superficie de la hoya en (Km2) tendremos:

$$R = V/(1000pS)$$

Como la hoya hidrográfica tiene 205 (Km2) obtendremos, con los datos de los párrafos anteriores, los siguientes rendimientos/

Año Hidrológico	Año N°	Rendimiento de la Hoya
1946	1	0,917
1947	2	0,630
1948	3	0,773
1949	4	0,665
1950	5	0,837
1951	6	0,822
1952	7	0,657
1953	8	0,839
1954	9	0,848
1955	10	0,748

b) Fórmula de Grundsky

1.- Fórmula Normal

La fórmula de Grundsky fija el rendimiento en función de la lluvia anual en la siguiente forma. (Se tomará p en metros).

Para precipitaciones inferiores a p = 1,25 m.

$$R = 0{,}4\ p \qquad (p \leq 1{,}25\ m)$$

Para precipitaciones superiores a p = 1,25 m se supone constante el valor del volúmen no escurrido, y por tanto este valor del volúmen no escurrido será igual al que corresponde a p = 1,25. De aquí se deduce:

$$R = 1 - 0{,}625/p \qquad (p \geq 1{,}25m)$$

En el gráfico siguiente (Gráfico N/1) se dibujaron los puntos representativos del rendimiento (R) en función de la precipitación anual (p).

Del gráfico se desprende la conclusión que debe eliminarse el punto (1) correspondiente al año 1946.

Según Grundsky estamos en la zona en que debe usarse la segunda expresión de (R). O sea en al zona en que el volúmen no escurrido es constante. En el cuadro siguiente se calculó para cada año el volúmen no escurrido (v) según $v = 1000pS - V$ (penmm).

Año Hidrológico	Año N°	Volúmen no escurrido	
1946	1	46,7	millones de m3
1947	2	243,6	
1948	3	195,6	
1949	4	257,3	
1950	5	154,8	
1951	6	157,3	
1952	7	223,6	
1953	8	172,0	
1954	9	119,3	
1955	10	200,3	

Eliminando el año N° 1 se obtiene un promedio de volúmen no escurrido de: 191,5 o sea 191 500 000 m3. Con esto la fórmula de Grundsky sería:

$$R = 1 - \frac{191\ 500\ 000}{205\ 000\ 000\ p}$$

$$R = 1 - \frac{0{,}934}{p}$$

b Analizando las fórmulas de Grundsky se vé que en límite de aplicación ambas curvas tienen la misma tangente. Si se escriben en la siguiente forma en que (A) y (B) son coeficientes y (P) es el valor límite de (p):

$$R = Ap \qquad (p \leq P)$$

$$R = 1 - B/p \qquad (p \geq P)$$

llegamos a aplicar las mismas condiciones a:

$$AP = 1 - B/P$$

$$A = B/P^2$$

de donde:

$$A = 1/(4B)$$

$$P = 2B$$

De aquí se obtiene una particularidad de la fórmula de Grundsky. En efecto el rendimiento para el valor límite de (p) será siempre un medio ($R_{p=P} = 0{,}5$).

En el caso nuestro B = 0,934 y por tanto A = 0,268 y P = 1,868. Luego:

$$R = 0{,}268\ p \qquad (p \leq 1{,}868)$$

$$R = 1 - 0{,}934/p \qquad (p \geq 1{,}868)$$

Estas curvas se dibujaron de línea llena en el gráfico N° 1.

Al incluir el año N° 1 llegamos a un volúmen no escurrido de: 177,1 y:

$$R = 0{,}289\ p \qquad (p \leq 1{,}728)$$

$$R = 1 - 0{,}864/p \qquad (p \geq 1{,}728)$$

Estas curvas se dibujaron de trazos en el gráfico N° 1.

Los errores se obtienen facilmente restando el volúmen medio no escurrido del volúmen efectivo no escurrido. De la suma de los cuadrados de estos errores dividida por el número de años menos uno, se saca la raíz cuadrada para obtener el error medio.

Estos datos figuran en el cuadro siguiente:

Errores

Año N°	Volúmen escurrido	Sin considerar el año N° 1	Considerando el año N° 1
1	513,6	-	-130,4
2	414,2	+ 52,1	+ 66,5
3	667,2	+ 4,1	+ 18,5
4	510,0	+ 65,8	+ 80,2
5	794,8	- 36,7	- 22,3
6	724,8	- 34,2	- 19,8
7	427,9	+ 32,1	+ 46,5
8	899,7	- 19,5	- 5,1
9	665,9	- 72,2	- 57,8
10	594,1	+ 8,8	+ 23,2
		+ 0,3	- 0,5
Suma de los cuadrados de los errores		16.278,33	35.157,37
Error medio:		45,1	62,5 millones m3

Como el error 130,4 es superior a dos veces el error medio y el doble del error medio se debe producir una vez en cada 22 casos, se ve que es lógico eliminar el año N° 1.

Examinando el cuadro anterior se observa que los años secos tienen errores fuertes de modo que el porcentaje de error es elevado.

Como los años secos son precisamente los que producen dificultades en el regadío se aplicará la teoría de los errores a los porcentajes de diferencia y se determinarán dos nuevas curvas según Grundsky.

El error será: (Todas las medidas en metros)

$v = (V - p\,SR)/V = 1 - p\,SR/V = 1 - pS\,(1-B/p)/V$

$v = 1-p\,S/V + (S/V)\,B$

con: $a = S/V$

$l = 1-p\,S/V$

$B = -\sum(al)/\sum(a2)$

Año N°	a S/V	l	al	a2
1	0,39914	- 0.090850	- 0.036262	0.159313
2	0,49493	- 0,588230	- 0,291133	0,244956
3	0,30725	- 0,293215	- 0,090090	0,094403
4	0,40196	- 0,504536	- 0,202803	0,161572
5	0,25793	- 0,194732	- 0,050227	0,066528
6	0,28284	- 0,217061	- 0,061394	0,079998
7	0,47908	- 0,522516	- 0,250327	0,229518
8	0,22785	- 0,191200	- 0,043565	0,051916
9	0,30785	- 0,179066	- 0,055125	0,094772
10	0,34506	- 0,337108	- 0,116322	0,119066
Sumas:				
Sin Año N°1			- 1,160986	1,142729
Con Año N°1			- 1,197248	1,302042

Para el caso de suprimir el año N° 1 obtendremos:

$B = 1,016$

En la forma ya expuesta obtendremos:

$A = 0,246$

$P = 2,032$

$R = 0,246\,p \qquad (p \leq 2,032)$

$R = 1-1.016/p \qquad (p \geq 2,032)$

Esta curva se dibujó de raya-punto en el Gráfico N° 1.

Para el caso de considerar el año N° 1 tendremos análogamente:

$B = 0,920$

$A = 0,272$

$P = 1,840$

$R = 0,272\ p \qquad (p \leq 1,840)$

$R = 1 - 0,920/p \qquad (p \geq 1,840)$

La curva respectiva se dibujó en el Gráfico N/1 con trazado de puntos.

Para analizar los errores, les cambiaremos el signo y la fórmula será: $e = a\ B - 1$. Como comprobación debe ser nula la suma de los errores multiplicados por (a). Multiplicando el tanto por uno de error por el volúmen escurrido obtendremos el error en millones de (m3).

Año	Volúmen Escurrido	Sin considerar Año N°1 Error °/1	(a) por error	Error mill. m3	Considerando Año N° 1 Error °/1	(a) por error	Error mill. m3
1	513,6	-	-	-	-0,27636	-0,11031	-141,9
2	414,2	+0,08538	+0,04226	+35,4	+0,13289	+0,06577	+ 55,0
3	667,2	-0,01895	-0,00582	-12,6	+0,01055	+0,00324	+ 7,0
4	510,0	+0,09614	+0,03864	+49,0	+0,13473	+0,05416	+ 68,7
5	794,8	-0,06732	-0,01736	-53,5	-0,04256	-0,01098	- 33,8
6	724,8	-0,07030	-0,01988	-51,0	-0,04315	-0,01220	- 31,3
7	427,9	+0,03577	+0,01714	+15,3	+0,08176	+0,03917	+ 35,0
8	899,7	-0,04030	-0,00918	-36,3	-0,01842	-0,00420	- 16,6
9	665,9	-0,13371	-0,04116	-89,0	-0,10416	-0,03207	- 69,4
10	594,1	-0,01347	-0,00465	- 8,0	+0,01965	+0,00678	+ 11,7
SUMA:			-0,00001	-150,7		-0,00064	-115,6

Al no considerar el año N°1 se obtiene como suma de los cuadrados de los errores: 0,0473292068. Esta cifra se divide por 8 y se extrae raíz cuadrada para obtener el error medio:

$$E = 0,07692\ °/1$$

Para el caso de considerar el año N° 1, será análogamente: Suma de cuadrados de errores: 0,1342307753. Previa la división por 9, la raíz cuadrada dará el siguiente error medio:

$$E = 0,12213\ °/1$$

Nuevamente tenemos en 10 casos, uno con un error superior al doble del error medio, lo que autoriza a eliminar este año (el N°1).

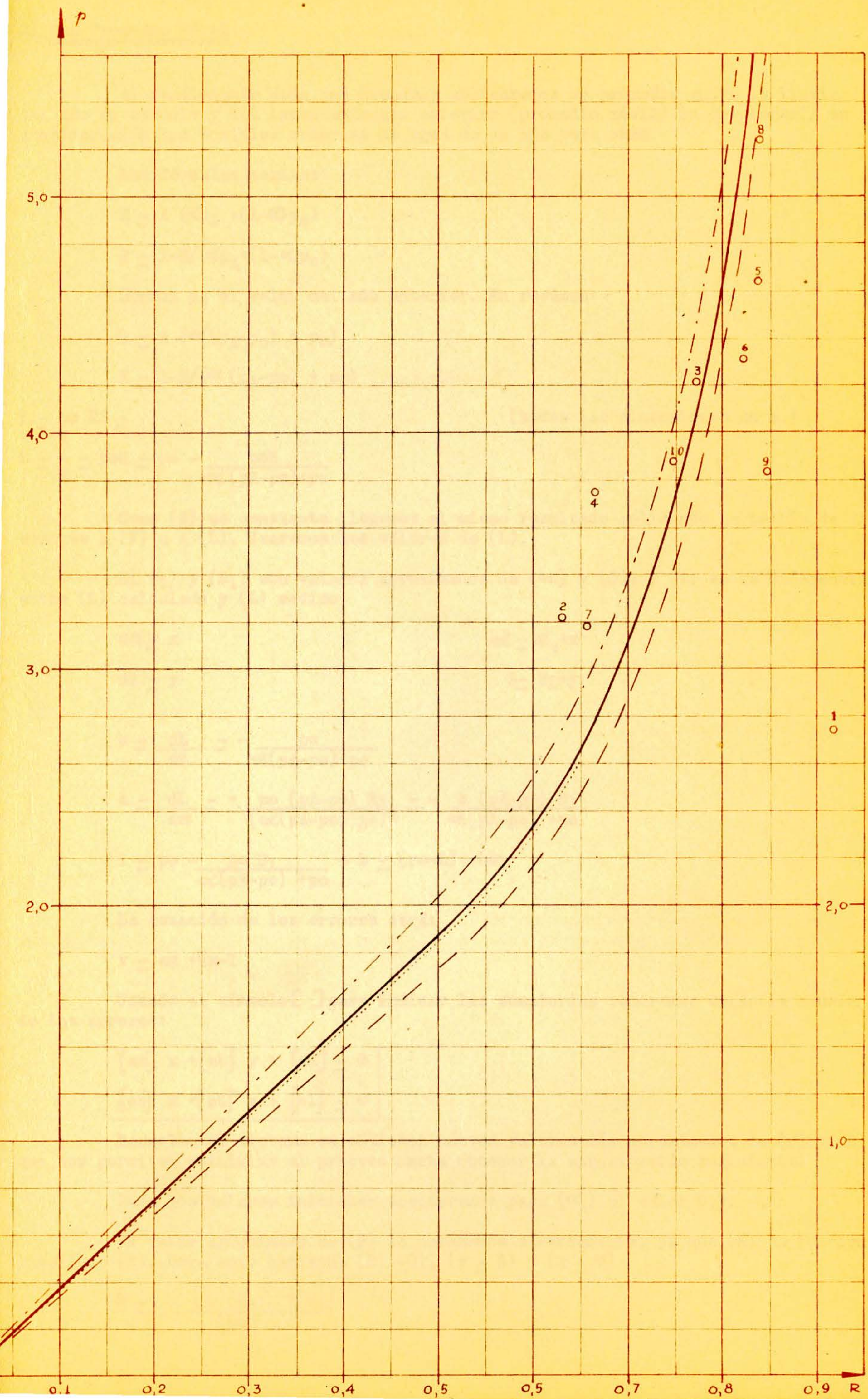
En ambos casos se obtienen gastos escurridos inferiores a los medidos, lo que nos deja del lado de la seguridad.

Para el caso de no considerar el año N°1. Tenemos una suma de volúmenes escurridos de 5698.6 en 9 años lo que da un promedio de 633,2 millones de (m3) anuales, y la curva arrojaría 616,4 que es un 2,64% inferior al medido:

En el caso de considerarse el año N°1 estos valores serían respectivamente: Volúmen escurrido en 10 años: 6212,2 con un promedio de 621,2 millones de (m3) anuales, y la curva arrojaría 609,7 que es un 1,86% inferior al medido.

GRAFICO Nº 1

(DEL ANEXO DEL CAPITULO : D)



2) Con Promedio Móvil.

Al rendimiento dado por Grundsky aplicaremos un promedio entre la lluvia del año en estudio y del inmediatamente anterior (promedio móvil) lo que tomaría en consideración las posibles reservas de agua de un año para otro.

Las fórmulas serían:

$$R = A\,(\alpha p_A + (1-\alpha)p_o)$$

$$R = 1 - B/(\alpha p_A + (1-\alpha)p_o)$$

Siendo p_A el valor del año anterior. En resúmen:

$$R = A\,(\alpha(p_A - p_o) + p_o)$$

$$R = 1 - B/(\alpha(p_A - po) + po)$$

$$V = po\,RS \qquad \text{(todas las dimensiones en m.)}$$

$$L = \frac{V}{S} = poR = po - \frac{poB}{\alpha(pA-po)+po}$$

Como (S) es constante llegamos al mismo resultado aplicando la teoría de los errores a (V) o a (L). Usaremos los valores de (L).

Si (α_1) y (B_1) son valores aproximados de (α) y (B); y (l) es la diferencia entre (L) calculado y (L) medido:

$$d\alpha = x \qquad \alpha = \alpha_1 + x$$

$$dB = y \qquad B = B_1 + y$$

$$b = \frac{dL}{dB} = -\frac{po}{\alpha(pA-po)+po}$$

$$a = \frac{dL}{d\alpha} = +\frac{po\,(pA-po)\,B_1}{(\alpha(pA-po)+po)^2} = -\frac{b\,(pA-po)\,B_1}{\alpha(pA-po)+po}$$

$$l = po - \frac{po\,B_1}{\alpha(pA-po)+po} - L = (po-L) + bB_1$$

La ecuación de los errores será:

$$v = ax + bx - l$$

Usando el símbolo [ ] para indicar las sumatorias tendremos según la teoría de los errores:

$$[aa]\,x + [ab]\,y + [al] = 0$$

$$[ab]\,x + [bb]\,y + [bl] = 0$$

Resuelto el sistema se obtienen nuevos valores más aproximados de (α) y (B) que nos permiten reiniciar el proceso hasta obtener la aproximación suficiente.

Para los valores iniciales aceptaremos para (α_1) el valor 0,3.

El valor aproximado de (B) lo obtenemos directamente, ya que (R) es función lineal de (B). Para esto haciendo ($B1 = 0$), ($y = B$) y ($x = 0$)

$$B = -\frac{[b\,(po - V/S)]}{[bb]}.$$

Conocido un valor aproximado de (B) podremos llegar a una aproximación mayor de (α) con:

$$x = -[al]/[aa]$$

$$\alpha = \alpha_1 + x$$

Este último valor permite obtener una mejor aproximación de (B) y así sucesivamente.

Los datos son:

Año N°	V/S = L	po	pA	po-L	pA-po
1	2,505366	2,733	4,644	0,227634	+1,911
2	2,020488	3,209	2,733	1,188512	-0,476
3	3,254634	4,209	3,209	0,954366	-1,000
4	2,487805	3,743	4,209	1,255195	+0,466
5	3,877073	4,632	3,743	0,754927	-0,889
6	3,535610	4,303	4,632	0,767390	+0,329
7	2,087317	3,178	4,303	1,090683	+1,125
8	4,388780	5,228	3,178	0,839220	-2,050
9	3,248293	3,830	5,228	0,581707	+1,398
10	2,898049	3,875	3,830	0,976951	-0,045

Con $\alpha_1 = 0,3$

Año N°	α(pA-po)+po	b	bb	b (po-V/S) = b (po-L)
1	3,3063	- 0,826604	0,683274	- 0,188163
2	3,0662	- 1,046572	1,095313	- 1,243863
3	3,9090	- 1,076746	1,159382	- 1,027610
4	3,8828	- 0,963995	0,929286	- 1,210002
5	4,3653	- 1,061095	1,125923	- 0,801049
6	4,4017	- 0,977577	0,955657	- 0,750183
7	3,5155	- 0,903997	0,817211	- 0,985974
8	4,6130	- 1,133319	1,284412	- 0,951104
9	4,2494	- 0,901304	0,812349	- 0,524295
10	3,8615	- 1,003496	1,007004	- 0,980366
Suma:			9,869811	- 8,662609

$$B1 = -(-8,662609)/9,869811 = 0,878$$

El paso siguiente será con (B1 = 0,878) manteniendose ($\alpha_1 = 0,3$) con lo que se conservan los valores de (b) y (α(pA-po) +po) de la table anterior.

Año N°	bB1	a	l	aa	al
1	- 0,725758	+ 0,419479	- 0,498124	0,175963	- 0,208953
2	- 0,918890	- 0,142649	+ 0,269622	0,020349	- 0,038461
3	- 0,945383	- 0,241848	+ 0,008983	0,058490	- 0,002173
4	- 0,846388	+ 0,101581	+ 0,408807	0,010319	+ 0,041527
5	- 0,931641	- 0,189730	- 0,176714	0,035997	+ 0,033528
6	- 0,858313	+ 0,064154	- 0,090923	0,004116	- 0,005833
7	- 0,793709	+ 0,253996	+ 0,296974	0,064514	+ 0,075430
8	- 0,995054	- 0,442198	- 0,155834	0,195539	+ 0,068909
9	- 0,791345	+ 0,260343	- 0,209638	0,067778	- 0,054578
10	- 0,881069	- 0,010268	+ 0,095882	0,000105	- 0,000985
				0,633170	- 0,091589

$$x = -(-0{,}091589)/0{,}633170 = +0{,}145$$

$$\alpha = \alpha_1 + x = 0{,}3 + 0{,}145 = 0{,}445$$

Con $\alpha_1 = 0{,}445$

Año N°	α (pA-po) +po	b	bb	b (po-L)
1	3,583395	- 0,762685	0,581688	- 0,173613
2	2,997180	- 1,070673	1,146341	- 1,272508
3	3,764000	- 1,118225	1,250427	- 1,067196
4	3,950370	- 0,947506	0,897768	- 1,189305
5	4,236395	- 1,093382	1,195484	- 0,825424
6	4,449405	- 0,967096	0,935275	- 0,742140
7	3,678625	- 0,863910	0,746340	- 0,942252
8	4,315750	- 1,211377	1,467434	- 1,016612
9	4,452110	-,0,860266	0,740058	- 0,500423
10	3,854975	- 1,005195	1,010417	- 0,982026
Suma:			9,971232	- 8,711499

$$B_1 = +0{,}874$$

Se vé que (B_1) varía poco con (α).

Año N°	bB_1	a	l	aa	al
1	- 0,666587	+ 0,355486	- 0,438953	0,126370	- 0,156042
2	- 0,935768	- 0,148615	+ 0,252744	0,022086	- 0,037562
3	- 0,977329	- 0,259652	- 0,022963	0,067419	+ 0,005962
4	- 0,828120	- 0,097688	- 0,427075	0,009543	+ 0,041720
5	- 0,955616	- 0,200534	- 0,200689	0,040214	+ 0,040245
6	- 0,845242	+ 0,062499	- 0,077852	0,003906	- 0,004866
7	- 0,755057	+ 0,230912	+ 0,335626	0,053320	+ 0,077500
8	- 1,058743	- 0,502908	- 0,219523	0,252916	+ 0,110400
9	- 0,751872	+ 0,236094	- 0,170195	0,055740	- 0,040175
10	- 0,878540	- 0,010255	+ 0,098411	0,000105	- 0,001009
Suma:				0,631619	+ 0,036173

$$x = -0{,}036173/0{,}631619 = -0{,}057$$

$$\alpha = 0{,}445 - 0{,}057 = 0{,}388$$

El resultado obtenido por aproximaciones sucesiv as es:

$$\alpha = 0{,}400$$

$$B = 0{,}876$$

$R = 0{,}285\ (0{,}600\ po + 0{,}400\ pA)$ $\qquad$ $(0{,}600\ po + 0{,}400\ pA) \leq 1{,}752$

$R = 1 - 0{,}876/(0{,}600\ po + 0{,}400\ pA)$ $\qquad$ $(0{,}600\ po + 0{,}400\ pA) \geq 1{,}752$

Aplicando la fórmula obtendremos los siguientes errores:

Año N°	0,600 po+0,400 pA	R	V = po RS	error
1	3,4974	0,74953	419,9	- 93,7
2	3,0186	0,70980	466,9	+ 52,7
3	3,8090	0,77002	664,4	- 2,8
4	3,9294	0,77707	596,3	+ 86,3
5	4,2764	0,79516	755,1	- 39,7
6	4,4346	0,80346	708,7	- 16,2
7	3,6280	0,75855	494,2	+ 66,3

Continuación de la página 39.

Año N°	0,600 po+0,400 pA	R	V = poRS	error
8	4,4080	0,80127	858,8	- 40,9
9	4,3892	0,80042	628,4	- 37,5
10	3,8570	0,77288	614,0	+ 19,9
				- 5,6

La suma de los cuadrados de los errores es: 28721,80 que deben dividirse por 8 por ser dos las constantes introducidas. De este cuociente sacamos la raíz cuadrada para obtener el error medio.

$$E = 59,9 \text{ millones de m3.}$$

El caso anterior (sin promedio móvil) dió un error de 62,5 muy parecido a éste.

Para avaluar la frecuencia de errores, recurrimos a cualquier tabla de "frecuencia de errores" (por ejemplo, la del manual del Ingeniero : Hütte). Debemos tomar en cuenta que en estas tablas figuran los errores comparados con el error probable, que es o,6745 veces el error medio que usamos en estos cálculos.

Haciendo las reducciones del caso llegamos a la siguiente tabla que indica las veces que debe producirse un error dado.

Número de observaciones	error/E
6	1,38
8	1,53
10	1,65
12	1,73
14	1,80
16	1,86
18	1,92
20	1,96
22	2,00
24	2,04

El error máximo es 93,7/59,9 = 1,56 veces superior al medio y según la tabla debe producirse una vez cada 9 observaciones.

El segundo error es 86,3/59,9 = 1,44 veces superior y debería producirse una vez cada 7 observaciones.

El error de 93,7 lo tenemos una vez en 10 observaciones y un error de 86,3 lo tenemos dos veces en 10 observaciones. Ambos valores están un poco sobre los valores de la tabla.

Como por otro lado no se mejoró mucho el error porbable: 59,9/62,5 = 0,96 y sólo se complicó la fórmula, se abandonó este sistema.

Una forma más lógica de hacer intervenir la lluvia del año anterior es la siguiente:

$$V = (\alpha (pA-po) +po) RS$$

En que (R) se hace depender exclusivamente de (po).

Con R = (1-B/po)

$$V = \alpha (pA-po)\, S + poS - \frac{pA-po}{po}\, \alpha BS - BS$$

Calculando con : $L = \frac{V}{S}$

$$L = po + \alpha (pA-po) - \frac{pA-po}{po}\, B\alpha - B$$

La ecuación es lineal en (α) y (B) por lo que la obtención de sus valores por aproximación sucesiva es sencilla.

Con : $a = \frac{pa-po}{po} (po-B_1)$

$l = po - B_1 - L = (po-L) - B_1$

$\alpha = - [al] / [aa]$

Con : $b = \frac{\alpha (pA-po) + po}{po}$

$l' = \alpha (pA-po) + po - L$

$B = + [bl'] / [bb]$

Partiendo con un valor de $\alpha = 0,30$ y con los datos del caso anterior:

Año Nº	α (pA-po)+po	b	l'	bb	bl'
1	3,3063	1,209769	0,800934	1,463541	0,968945
2	3,0662	0,955500	1,045712	0,912980	0,999178
3	3,9090	0,928724	0,654366	0,862528	0,607725
4	3,8828	1,037350	1,394995	1,076095	1,447098
5	4,3653	0,942422	0,488227	0,888159	0,460116
6	4,4017	1,022937	0,866090	1,046400	0,885956
7	3,5155	1,106199	1,428183	1,223676	1,579855
8	4,6130	0,882364	0,224220	0,778566	0,197844
9	4,2494	1,109504	1,001107	1,230999	1,110732
10	3,8615	0,996516	0,963451	0,993044	0,960094
Suma:				10,475988	9,217543

$$B = + 9,217543/10,475988 = 0,880$$

Con $B_1 = 0,880$

Año Nº	po-B	a	l	aa	al
1	1,853	+ 1,295676	- 0,652366	1,678776	- 0,845255
2	2,329	- 0,345467	+ 0,308512	0,119342	- 0,106581
3	3,329	- 0,790924	+ 0,074366	0,625561	- 0,058818
4	2,863	+ 0,356441	+ 0,375195	0,127050	+ 0,133735
5	3,752	- 0,720105	- 0,125073	0,518551	+ 0,090066
6	3,423	+ 0,261717	- 0,112610	0,068496	- 0,029472
7	2,298	+ 0,813483	+ 0,210683	0,661755	+ 0,171387
8	4,348	- 1,704935	- 0,040780	2,906803	+ 0,069527
9	2,950	+ 1,076789	- 0,298293	1,159475	- 0,321199
10	2,995	- 0,034781	+ 0,096951	0,001210	- 0,003372
Suma:				7,867024	- 0,899982

$$\alpha = - (- 0,899982)/7,867024 = + 0,114$$

Se observa que era preferible tomar como valor inicial el (B) del caso anterior ($\alpha = 0$) ya que (B) varía poco con (α). El sistema de aproximaciones sucesivas nos lleva a:

$$\alpha = 0{,}114$$

$$B = 0{,}864$$

$V = (0{,}886\ po + 0{,}114\ pA)\ RS$

$R = 0{,}289\ po$ $(po \leq 1{,}728)$

$R = 1 - 0{,}864/po$ $(po \geq 1{,}728)$

Los errores de la fórmula serán:

Año N°	(0,886 po + 0,114 pA)	R	V	error
1	2,950854	0,68386	413,7	- 99,9
2	3,154736	0,73076	472,6	+ 58,4
3	4,095000	0,79473	667,2	0,0
4	3,796124	0,76917	598,6	+ 88,6
5	4,530654	0,81347	755,5	- 39,3
6	4,340506	0,79921	711,1	- 13,7
7	3,306250	0,72813	493,5	+ 65,6
8	4,994300	0,83474	854,6	- 45,1
9	3,989372	0,77441	633,3	- 32,6
10	3,869870	0,77703	616,4	+ 22,3
				+ 4,3

La suma de los cuadrados de los errores alcanza a: 30870,13.

El caso similar sin promedio móvil, o sea la fórmula de Grundsky, para todos los años dió una suma de 35,157,37 para los cuadrados de los errores. Este valor debe ser mayor que el obtenido recientemente.

Como tenemos dos constantes en nuestra fórmula dividimos la suma de los cuadrados por 8 y se extrae la raíz cuadrada para obtener el error medio.:

$$E = 62{,}1 \text{ millones de } m3.$$

Fisicamente la hoya del Diguillín en Atacalco no es capáz de almacenar nieve de un año para otro, pero puede devolver el agua infiltrada el año anterior.

Pero si consideramos que no ha mejorado mucho el error medio $62{,}1/62{,}5 = 0{,}99$; y que el mayor error : 99,9 es 1,61 veces el error probable, y debería producirse una vez en 9 observaciones en lugar de una en diez, y el segundo error: 88,6 es 1,43 veces superior y debería producirse una vez en 7 observaciones o sea dos veces en 14 en lugar de dos veces en 10, llegamos a la conclusión que no debemos adoptar el promedio móvil.

3) Conclusiones parciales.-

Un análisis de los tanteos hechos con la fórmula de Grundsky nos lleva a los siguientes resultados:

El año N° 1 (1946/47) debemos desestimarlo ya que siempre dió errores excesivos. Como las fórmulas dan para ese año un volúmen escurrido inferior al medido, se aumentaría la seguridad de nuestras deducciones con esta eliminación.

Los promedios móviles se descartaron por complicar inútilmente las fórmulas, sin una ventaja apreciable ya que en el mejor de los casos el error probable disminuyó en un 4%.

Se aceptó finalmente la fórmula que considera los errores en procentage de los volúmenes, ya que con ello se obtuvo; un menor error en los años secos que son los que más afectan la agricultura; y un volúmen medio escurrido que es un 2,64% inferior al medido lo que aumenta la seguridad de nuestros estudios.

La fórmula final de Grundsky aplicada a Atacalco será:

$$R = 0,246\ p \qquad (p \leq 2,032)$$

$$R = 1 - 1,016/p \qquad (p \geq 2,032)$$

Con un error medio de: 7,7%.

4) <u>Fórmula modificada.-</u>

Se hará un ensayo de reemplazar las precipitaciones anuales (p) en la fórmula del rendimiento por la suma cuadrática anual o por la suma de los cuadrados de las lluvias. Ambos datos los designaremos por (h) y los tenemos en el párrafo (a). No consideraremos promedios móviles, que han fracasado en el caso anterior.

El error en tanto por uno será:

$$v = (V - p\ SR)/V$$

y con:

$$R = 1 - B/h$$

$$v = 1 - p\ S/V + (S/V)(p / h)\ B = 1 + aB$$

$$a = (S/V)\ (p/h)$$

$$1 = 1 - p\ S/V$$

$$B = -[al]/[a^2]$$

<u>Con la suma de los cuadrados de las lluvias</u>

Año N°	a	1	aa	al
1	6,42437	- 0,090850	41,0411	- 0,5846
2	6,59017	- 0,588230	43,4303	- 3,8765
3	3,91059	- 0,293215	15,2927	- 1,1466
4	4,54132	- 0,504536	20,6236	- 2,2913
5	2,85544	- 0,194732	8,1535	- 0,5560
6	3,19435	- 0,217061	10,2039	- 0,6934
7	6,71605	- 0,522516	45,1053	- 3,5092
8	2,07025	- 0,191200	4,2859	- 0,3958
9	3,85069	- 0,179066	14,8278	- 0,6895
10	3,74330	- 0,337108	14,0123	- 1,2619
Suma con año N°1			216,9764	-15,0084
Suma sin año N° 1			175,9353	-14,4202

Considerando el año N°1:

$$B = -(-15,0048)/216,9764 = 0,0692$$

$$R = 3,613/h \qquad (h \leq 0,1384)$$

$$R = 1 - 0,0692/h \qquad (h \geq 0,1384)$$

Sin considerar el año N°1

0,0820

R = 3,049/h (h≤0,1640)

R = 1-0,0820/h (h≥0,1640)

Todos nuestros valores de (h) son superiores a los límites indicados, de modo que el cálculo está correcto.

Analizamos los errores cambiando su signo: c = -aB-1

Año	Volúmen escurrido	Sin considerar año N°1 (v) Error °/1	Error mill.m3	Considerando año N°1 (v)Error °/1	Error mill.m3
1	513,6	-	-	- 0,35372	- 181,7
2	414,2	+ 0,04784	+ 19,8	+ 0,13220	+ 54,8
3	667,2	- 0,02745	- 19,3	+ 0,02260	+ 15,1
4	510,0	+ 0,13215	+ 67,4	+ 0,19028	+ 97,0
5	794,8	- 0,03941	- 31,3	- 0,00286	- 2,3
6	724,8	- 0,04488	- 32,5	- 0,00399	- 2,9
7	427,9	- 0,02820	- 12,1	+ 0,05777	+ 24,7
8	899,7	+ 0,02144	+ 19,3	+ 0,04794	+ 43,1
9	665,9	- 0,13669	- 91,0	- 0,08740	- 58,2
10	594,1	+ 0,03016	+ 17,9	+ 0,07807	+ 46,4
Suma:			- 60,8		+ 36,0
Suma: (v2)		0,0449218484		0,1987053179	
Error medio		0,07493 °/1		0,14859 °/1	

Al comparar estos resultados con los del caso semejante (Fórmula Normal de Grundsky) en que E = 0,07692 y 0,12213 respectivamente, observamos:

1) Al considerar el año N°1 aumenta el error probable y la fórmula nos da un exceso de volúmen escurrido. Por estas razones se descarta definitivamente el año N°1.

2) Los errores al no considerar el año N°1 son algo inferiores en este caso 0,7493/0,7692 = 0,97

3) El caso normal tiene sólo un error grande que es 0,13371/0,7692 = 1,74 veces el normal, en cambio el último caso tiene un error que es: 0,13669/0,7493 = 1,82 veces superior, amén del segundo error que es muy semejante al primero.

Por las causas expuestas no consideramos oportuno trabajar con la suma de los cuadrados de las lluvias diarias.

Con la suma cuadrática de las lluvias.

Año N°	a	l	aa	al
2	0,169105	- 0,588230	0,028597	- 0,099473
3	0,117706	- 0,293215	0,013855	- 0,034513
4	0,136826	- 0,504536	0,018721	- 0,069034
5	0,096668	- 0,194732	0,009346	- 0,018824
6	0,103061	- 0,217061	0,010622	- 0,022371
7	0,167384	- 0,522516	0,028017	- 0,087561
8	0,082192	- 0,191200	0,006756	- 0,015715
9	0,111529	- 0,179066	0,012439	- 0,019971
10	0,116941	- 0,337108	0,013675	- 0,039422
Suma:			0,142028	- 0,406784

$B = -(-0{,}406784)/0{,}142028 = 2{,}864$

$R = 0{,}0873\ h \qquad (h \leq 5{,}728)$

$R = 1-2{,}864/h \qquad (h \geq 5{,}728)$

El cálculo está correcto ya que en todos los años (h) es mayor que el mínimo indicado. Para los errores tendremos: ($v = -aB-1$).

Año N°	Volúmen escurrido	Error °/1 (v)	Error
2	414,2	+ 0,10391	+ 43,0
3	667,2	- 0,04389	- 29,3
4	510,0	+ 0,11267	+ 57,5
5	794,8	- 0,08213	- 65,3
6	724,8	- 0,07811	- 56,6
7	727,9	+ 0,04313	+ 31,4
8	899,7	- 0,04420	- 39,8
9	665,9	- 0,14035	- 93,5
10	594,1	+ 0,00219	+ 1,3
			-151,3

Suma ($v2$) = 0,0617814136

Lo que dá un error medio de E = 008798. O sea comparado con el caso normal el error medio aumentó, y también empeoraron los errores máximos, por lo que se desestima esta posibilidad.

EN RESUMEN, no es recomendable usar el cuadrado de las sumas de las lluvias ni la suma cuadrática de las lluvias, para determinar el rendimiento.

C) Fórmula hiperbólica

Buscaremos una fórmula para el rendimiento que cumpla las siguientes condiciones:

El rendimiento aumenta con las precipitaciones.

Para lluvias fuertes el rendimiento tiende a la unidad.

El rendimiento no puede ser superior a la unidad para valores positivos de la precipitación.

La hipérbola: $(A+p)/(B+Cp) = R$ cumple con la segunda condición si: $C = 1$. Con esto y la primera condición se llega a $(B-A) \geq o$:($B \geq A$). La última condición exige: ($B > o$)

La fórmula del rendimiento quedaría en la siguiente forma:

$$R = \frac{p + A}{p + B}$$

No aplicaremos promedios móviles, ni la suma de los cuadrados de lluvias o su suma cuadrática anual, tampoco se incluirá el año N°1 (1946/47) ya que todos esto puntos ya fueron aclarados en los párrafos anteriores.

Para evitar errores fuertes en los años secos se trabajará con los errores en tanto por uno.

El volúmen escurrido será:

$$V = (p+A)\ p\ S/(p+B)$$

Deberá ser en consecuencia:

$$L = 1 - \frac{(p+A)\ p}{p+B} \cdot \frac{S}{V} = 0$$

Si (A_1) y (B_1) son valores aproximados de (A) y (B) y (l) es la diferencia entre (L) calculando con los valores aproximados y (L) medido (que es nulo):

$$dA = x \qquad A = A_1 + x$$

$$dB = y \qquad B = B_1 + y$$

$$a = \frac{dL}{dA} = -\frac{S}{V}\ \frac{p}{p+B_1}$$

$$b = \frac{dL}{dB} = +\frac{S}{V}\ \frac{p^2 + A_1 p}{(p+B_1)^2} = -a\ \frac{p+A_1}{p+B_1}$$

$$l = 1 - \frac{(p+A_1)p}{p+B_1} \cdot \frac{S}{V} - 0 = 1 + a\ (p+A_1)$$

La ecuación de los errores será:

$$v = ax + by - l$$

Según la teoría de los errores:

$$[aa]\ x + [ab]\ y + [al] = 0$$

$$[ab]\ x + [bb]\ y + [bl] = 0$$

Los valores aproximados iniciales los obtendremos por las siguientes consideraciones. Según la fórmula de Grundsky para ($p = 0$) se obtiene ($R = 0$) de modo que ($A_1 = 0$). La fórmula quedará $R = p/(p+B)$ de modo que para cada observación se obtiene un valor de (B) según: $B = p\ (1-R)/R$. Aceptaremos que la primera aproximación de (B) sea el promedio de estos valores.

Al ser ($A_1 = 0$) queda ($b = -a^2/(S/V) = -ap/(p+B_1)$) y ($l = 1-ap$).

Eliminando el año N°1 se obtiene $B_1 = 1{,}245$.

Resueltas las ecuaciones del sistema, debe repetirse el proceso con los nuevos valores de (A) y (B) obtenidos, hasta llegar a una aproximación suficiente.

Conocido un valor de (B) más o menos aproximado podemos llegar a una mejor aproximación de (A) con:

$$x = [al]/[aa]$$

Análogamente al tener un valor aproximado de (A) se puede corregir (B) con:

$$y = -[bl]/[bb]$$

1°) <u>Fórmula Simplificada.</u>

Al anular (A) se acercan los resultados a los de Grundsky para ($p = 0$) y la fórmula quedaría:

$$R = \frac{p}{p+B}$$

Con el valor aproximado de (B_1) ya obtenido ($B_1 = 1{,}245$) y con ($A = 0$) tendremos para la segunda aproximación:

Año N°	$\frac{S}{V}$	p	p+B	a	b	l	bb	bl
2	0,494930	3,209	4,454	- 0,356585	0,256911	-0,144281	0,066003	-0,037067
3	0,307254	4,209	5,454	- 0,237116	0,182989	+0,001979	0,033485	+0,000362
4	0,401961	3,743	4,988	- 0,301632	0,226345	-0,129009	0,051232	-0,029201
5	0,257927	4,632	5,877	- 0,203287	0,160222	+0,058375	0,025671	+0,009353
6	0,282837	4,303	5,548	- 0,219367	0,170140	+0,056064	0,028948	+0,009539
7	0,479084	3,178	4,423	- 0,344230	0,247335	-0,093963	0,061175	-0,023240
8	0,227854	5,228	6,473	- 0,184029	0,148633	+0,037896	0,022092	+0,005633
9	0,307854	3,830	5,075	- 0,232331	0,175336	+0,110172	0,030743	+0,019317
10	0,345060	3,875	5,120	- 0,261154	0,197651	-0,011972	0,039066	-0,002366
Suma:							0,358415	-0,047670

$$y = -(-0,047670)/0,358415 = +0,133$$

$$B = B_1 + y = 1,245 + 0,133 = 1,378$$

La última aproximación dió $B = 1,370$

La fórmula es: $R = p/(p + 1,370)$

Año N°	p + 1,370	$V = Sp^2/(p+1,370)$ mill. m3	Error mill.m3	Error °/1
2	4,579	461,0	+ 47,0	+ 0,11347
3	5,579	651,0	- 16,2	- 0,02428
4	5,113	561,7	+ 51,7	+ 0,10137
5	6,002	732,8	- 62,0	- 0,07801
6	5,673	669,1	- 55,7	- 0,07685
7	4,548	455,2	+ 27,3	+ 0,06380
8	6,598	849,2	- 50,5	- 0,05613
9	5,200	578,3	- 87,6	- 0,13155
10	5,245	586,9	- 7,2	- 0,01212
Suma:			-153,2	

Los errores en (°/1) también se obtienen del último cálculo de aproximación ya que:

$(v = by - l)$ y como $(x = 0)$

$v = -l$

La suma de los cuadrados de los errores en (°/1) es: 0,0604056326 que se dividen por 8 para extraer la raíz cuadrada, lo que nos dá como error medio: 0,08689.

Comparando este resultado con el que se obtuvo con la fórmula de Grundsky para el caso similar (error en °/1), en que el error fué 0,07692, y tomando en consideración que en ambos casos es semejante el volúmen en defecto que dan las fórmulas, se descarta esta fórmula aproximada.

2°) Fórmula completa.-

Tomamos como valor inicial de (B_1) el recién obtenido, o sea; 1,370 y para (A_1) cero.

Año N°	$p+A_1$	$p+B_1$	a	l	aa	al
2	3,209	4,579	- 0,346851	- 0,113045	0,120306	+ 0,039210
3	4,209	5,579	- 0,231804	+ 0,024337	0,053733	- 0,005641
4	3,743	5,113	- 0,294258	- 0,101408	0,086588	+ 0,029840
5	4,632	6,002	- 0,199053	+ 0,077987	0,039622	- 0,015524
6	4,303	5,673	- 0,214533	+ 0,076865	0,046024	- 0,016490
7	3,178	4,548	- 0,334769	- 0,063896	0,112070	+ 0,021390

ontinuación de página N° 47 (Fórmula completa)

5,228	6,598	- 0,180543	+ 0,056121	0,032596	- 0,010132
3,830	5,200	- 0,226746	+ 0,131563	0,051414	- 0,029831
3,875	5,245	- 0,254930	+ 0,012146	0,064989	- 0,003096
uma:				0,607342	+ 0,009726

La columna (1) de este cuadro es prácticamente igual a los errores en (°/1) del álculo anterior, cambiados de signo. Esto se debe a que con $(A = 0)$ resultó $(y \sim 0)$.

$$x = - 0{,}009726/0{,}607342 = - 0{,}016$$

$$A = A_1 + x = 0,-0{,}016 = - 0{,}016$$

Correspondería ahora afinar el valor de (B) tomando $(A_1 = - 0{,}016)$ pero se obser-a que (A) resultará tan parecido a cero, que los resultados prácticamente no variarán. O sea tendremos una suma de cuadrados de errores muy semejante a la anterior (será un poco nferior); de modo que el error medio subirá por tener que dividir la suma por 7 en este aso (que tiene dos constantes).

En consecuencia no calcularemos esta fórmula, por desestimarse sus resultados.

EN RESUMEN en nuestro caso no es aconsejable usar las fórmulas hiperbólicas.

d) <u>Fórmula Trinomia</u>

La fórmula de Grundsky para lluvias fuertes da: $V = S\ (p-B)$. Trataremos de encontrar una fórmula trinomia que dé menores errores. Esta podría ser:

$$V = S\ (Ap - B + Cp^n)$$

Con esto el rendimiento sería:

$$R = A - B/p + Cp^{n-1}$$

Este rendimiento con $(n > 1)$ tiende a infinito. Luego $(n \leq 1)$. Con $(n = 1)$ o $(n = 0)$ llegamos nuevamente a la fórmula de Grundsky. El exponente más sencillo que resta es $(n = -1)$. Por otra parte para $(p = \infty)$ y $(n \leq -1)$ resulta $(R = A)$ de modo que (A) debe valer la unidad. Con esto

$$V = (p - B + C/p)\ S$$

$$R = 1 - B/p + C/p^2$$

Esta fórmula regirá hasta cierto valor límite (P) de (p). Bajo este límite se aceptará:

$$R = Dp$$

Ambas fórmulas deben dar para $(p = P)$ el mismo valor y la misma tangente para las curvas. Esto se traduce en:

$$DP = 1 - B/P + C/P^2$$

$$D = + B/P^2 - 2\ C/P^3$$

Eliminando (D) llegamos a una ecuación de segundo grado en (P) con lo que llegamos finalmente a:

$$P = B \pm \sqrt{B^2 - 3C}$$

Analizando el caso ($C = 0$), que corresponde a la fórmula de Grundsky, se infiere que el signo de la raíz debe ser positivo para que:

$$P_{C=0} = 2B$$

Luego:

$$P = B + \sqrt{B^2-3C}$$

$$D = QB/P^2 - 2C/P^3$$

$R = Dp$ $\qquad\qquad$ $(p \leq P)$

$R = 1-B/p + C/p^2$ $\qquad\qquad$ $(p \geq P)$

El volúmen escurrido será:

$$V = (p - B + C/p)\ S$$

Para trabajar con el (°/1) de error, estos serán:

$$v = 1 - (p-B+C/p)\ (S/V)$$

$$v = (1-p\ S/V) + B\ (S/V) - CS/(Vp)$$

$$v = 1+bB+cC$$

Con:

$$b = S/V$$

$$c = -(S/V)/p = -b/p$$

$$1 = 1-p\ S/V = 1 - bp$$

Las ecuaciones normales de la teoría de los errores serán:

$$[bb]B + [bc]C + [bl] = 0$$

$$[bc]B + [cc]C + [cl] = 0$$

Año N°	p	b = S/V	c = -b/p	l	bb
2	3,209	0,494930	- 0,154232	- 0,588230	0,244956
3	4,209	0,307254	- 0,072999	- 0,293232	0,094405
4	3,743	0,401961	- 0,107390	- 0,504540	0,161573
5	4,632	0,257927	- 0,055684	- 0,194718	0,066526
6	4,303	0,282837	- 0,065730	- 0,217048	0,079997
7	3,178	0,479084	- 0,150750	- 0,522529	0,229521
8	5,228	0,227854	- 0,043583	- 0,191221	0,051917
9	3,830	0,307854	- 0,080380	- 0,179081	0,094774
10	3,875	0,345060	- 0,089048	- 0,337108	0,119066
Suma:					1,142735

Año Nº	bc	bl	cc	cl
2	- 0,076334	- 0,291133	0,023788	0,090724
3	- 0,022429	- 0,090097	0,005388	0,021406
4	- 0,043167	- 0,202805	0,011533	0,054183
5	- 0,014362	- 0,050223	0,003101	0,010843
6	- 0,018591	- 0,061389	0,004320	0,014267
7	- 0,072222	- 0,250335	0,022726	0,078771
8	- 0,009931	- 0,043570	0,001899	0,008334
9	- 0,024745	- 0,055131	0,006461	0,014395
10	- 0,030727	- 0,116322	0,007930	0,030019
Suma:	- 0,312508	- 1,161005	0,087146	0,322942

El sistema de ecuaciones será:

$$\left.\begin{array}{r} 1{,}142735\ B - 0{,}312508\ C - 1{,}161005 = 0 \\ -\ 0{,}312508\ B + 0{,}087146\ C + 0{,}322942 = 0 \end{array}\right|$$

La solución del sistema es:

$$B = +\ 0{,}133$$

$$C = -\ 3{,}230$$

$$P = 0{,}133 + \sqrt{0{,}133^2 - 3(-3{,}230)} = 3{,}249$$

[illegible] $= 0{,}133/3{,}249^2 - 2(-3{,}230)/3{,}249^3 = 0{,}201$

Se observa que se presentan (2) años con ($p < P$). Pero como la diferencia es pequeña, aplicaremos la fórmula general.

$$V = (p - 0{,}133 - 3{,}230/p)\ S = RpS \qquad (p \geq 3{,}249)$$

Año Nº	p	3,230/p	Rp	V	error	error °/1
2	3,209	1,006544	2,069456	424,2	+ 10,0	+ 0,02414
3	4,209	0,767403	3,308597	678,3	+ 11,1	+ 0,01664
4	3,743	0,862944	2,747056	563,1	+ 53,1	+ 0,10412
5	4,632	0,697323	3,801677	779,3	- 15,5	- 0,01950
6	4,303	0,750639	3,419361	701,0	- 23,8	- 0,03284
7	3,178	1,016362	2,028638	415,9	- 12,0	- 0,02804
8	5,228	0,617827	4,477173	917,8	+ 18,1	+ 0,02012
9	3,830	0,843342	2,853658	585,0	- 80,9	- 0,12149
10	3,875	0,833548	2,908452	596,2	+ 2,1	+ 0,00353
					- 37,8	

La suma de los cuadrados de errores será: 0,0291226562. Por haber introducido dos constantes se divide por (7) y se extrae raíz cuadrada para obtener el error medio:

$$E = \pm\ 0{,}06450\ °/1$$

El error probable será: 0,6745 . 6,45% = 4,4%

Comparando los resultados con el caso de la fórmula de Grundsky tendremos:

En este caso el error baja de 7,692% a 6,450%

El error máximo de 13,371% baja a 12,149%.

La suma de errores de 150,7 millones de m3 baja a 37,8 y por tanto su porcentaje de 2,64% a 0,66%.

Hay una franca diferencia a favor de esta fórmula.

Nos queda por analizar el posible error cometido al no usar la fórmula ($V = Dp^2S$) en los años N° 2 y 7 en que ($p < P$).

Año N°	p	$V = 0,201\, p^2S$	V(del cuadro anterior)
2	3,209	424,3	424,2
7	3,178	416,2	415,9

Se vé que la diferencia es insignificante por lo que no hay necesidad de corregir los valores de (B) y (C) tomando en cuenta que en los años (2) y (7) debemos usar la fórmula lineal.

Haremos una comparación entre esta fórmula (V_1) y la de Grundsky (V_2)

$V_1 = 0,201\, p^2S$ ($p \leqslant 3,249$)

$V_1 = (p - 0,133 - 3,230/p)S$ ($p \geqslant 3,249$)

$V_2 = 0,246\, p^2S$ ($p \leqslant 2.032$)

$V_2 = (p - 1,016)\, S$ ($p \geqslant 2,032$)

Al plantear la ecuación: $V = V_2$ para ($p > P$) se llega a $p = 3,658$. Considerando este valor se confeccionó la siguiente tabla:

p	V_1/S	V_2/S	p	V_1/S	V_2/S
0,000	0,000	0,000	3,249	2,122	2,233
0,500	0,050	0,062	3,500	2,444	2,484
1,000	0,201	0,246	3,658	2,642	2,642
1,500	0,452	0,554	4,000	3,060	2,984
2,000	0,804	0,984	4,500	3,649	3,484
2,032	0,830	1,016	5,000	4,221	3,984
2,500	1,256	1,484	5,500	4,780	4,484
3,000	1,809	1,984	6,000	5,329	5,484

Se observa que para los años secos ($p < 3,658$) la fórmula trinomia dá gastos menores. Como por otro lado resulta peligrosa la aplicación de estas fórmulas para ($p < 3,000$), zona en que no se tienen antecedentes, conviene aplicar aquella que dé mayor seguridad. O sea, conviene aplicar la fórmula trinomia.

III.- EXTENSION DE LA ESTADISTICA A PARTIR DE LAS LLUVIAS.

En el párrafo (I) hemos extendido la estadística de lluvias de Atacalco, llegando a un período de 36 años, con un error medio de 19,400%, por medio de funciones sinusoidales.

En el párrafo (II) se encontraron fórmulas para el rendimiento que arrojan en el mejor de los casos (fórmula trinomia) errores del 6,450%. Estos valores darían una estadística de la misma longitud que la de las lluvias (25 años).

Si queremos ampliar la estadística de gastos, obtenida de la de lluvias, a los 36 años del períodos completo, el error medio pasaría a ser:

$$e = \sqrt{19,400^2 + 6,450^2} = 20,44\%$$

O sea,: Para obtener una estadística que es un 44% más larga deberíamos aceptar un error de 20,44% en lugar de 6,45%, lo que es absurdo.

Por tanto no usaremos la extensión de la estadística de lluvias. Esta extensión sólo nos sirvió para demostrar que el período de 25 años de observación es un poco mas seco que el período completo. (Este resultado lo arrojan los dos procedimientos de extensión usados).

IV.- ESTADISTICA MENSUAL A PARTIR DEL VOLUMEN ANUAL.-

Para obtener la estadística mensual en el caso de conocerse sólo el volúmen escurrido en el año, partiremos de los siguientes datos:

G = gasto medio del año hidrológico en estudio

G_a = gasto medio del año anterior

G_s = gasto medio del año siguiente

P = fracción medida entre el gasto del mes en estudio y el del año (puede ser de la misma hoya o de otra de régimen similar)

p = promedio de los valores de (P) de los meses extremos del año (Abirl y mayo).

Trataremos de calcular el valor probable (g) del gasto del mes en estudio.

Una primera aproximación será

$$g_1 = GP$$

Pero si aplicamos este criterio al límite entre el año anterior y el del estudio, llegamos a: ($g_a = Gp$) o ($g_a = G_a p$) según el año que consideremos. Por tanto será lógico tomar:

$$g_a = 1/2\ (G_a + G)p$$

Esto quiere decir que en el límite debemos corregir el valor de (g_1) (que aquí se denomina g_a) en:

$$\delta_a = 1/2\ (G_a - G)\ p$$

Analogamente en el límite con el año siguiente:

$$\delta_s = 1/2\ (G_s - G)\ p$$

Estas correcciones afectarán los meses cercanos al límite y su influencia en el otro límite del año deberá ser nula. Por otra parte estas influencias deben ser tales que no alteren el total escurrido en el año, lo que exige que haya correcciones de ambos signos.

Se soluciona el problema con dos constantes que afectan la distancia del mes al extremo opuesto del año (d).

$$\Delta = Ad + Bd^2$$

Esta fórmula cumple con la primera condición, o sea que en el extremo opuesto al (δ), para ($d = 0$) se obtiene ($\Delta = 0$)

Si (d) se mide en 24 avos, tenemos la siguiente pauta:

Límite en estudio	d = 24
mes adyacente	23
2° mes	21
3° mes	19
4° mes	17
5° mes	15
6° mes	13
7° mes	11
8° mes	9
9° mes	7
10° mes	5

11° mes	3
12° mes	1
Límite opuesto	0

En el límite tendremos:

$$\Delta = \delta = 24A + 576B$$

Si sumamos todos los (Δ) del año tenemos según la segunda condición:

$$\sum\Delta = 0 = A(1 + 3 + 5 \ldots\ldots + 23) + B\,(1^2 + 3^2 + \ldots\ldots 23^2)$$

$$0 = 144\ A + 2300\ B$$

De las relaciones se obtiene:

$$A = -\ 575\delta/6936$$

$$B = +\ 36\,\delta/6936$$

Las correcciones (Δ/δ) para (d) creciente serán: (-0,078), (-0,202), (-0,285), (-0,326) (-0,326) (-0,284), (-0,200), (-0,076), (+0,091), (+0,299), (+0,548) y (+0,839)

Recordando los valores de (δ), el de g_1, y que cada mes tiene dos valores de (d) distintos según el (δ) que consideremos, llegamos a los siguientes valores de (g), sumando (g_1) con los (Δ)

Mes	N°	g
1	Mayo	$G(P_1 - 0{,}381p) + 0{,}420\ G_ap - 0{,}039\ G_sp$
2	Junio	$G(P_2 - 0{,}173p) + 0{,}274\ Gap - 0{,}101\ Gsp$
3	Julio	$G(P_3 - 0{,}007p) + 0{,}149Gap - 0{,}142\ Gsp$
4	Agosto	$G(P4 + 0{,}118p) + 0{,}045\ Gap - 0{,}163\ Gsp$
5	Septiembre	$G(P5 + 0{,}201p) - 0{,}038\ Gap - 0{,}163\ Gsp$
6	Octubre	$G(P6 + 0{,}242p) - 0{,}100\ Gap - 0{,}142\ Gsp$
7	Noviembre	$G(P7 + 0{,}242p) - 0{,}142\ Gap - 0{,}100\ Gsp$
8	Diciembre	$G(P8 + 0{,}201p) - 0{,}163\ Gap - 0{,}038\ Gsp$
9	Enero	$G(P9 + 0{,}118p) - 0{,}163\ Gap + 0{,}045\ Gsp$
10	Febrero	$G(P10 - 0{,}007p) - 0{,}142\ Gap + 0{,}149\ Gsp$
11	Marzo	$G(P11 - 0{,}173p) - 0{,}101\ Gap + 0{,}274\ Gsp$
12	Abril	$G(P12 - 0{,}381p) - 0{,}039\ Gap + 0{,}420\ Gsp$

Tomaremos como base la estadística del río Diguillín en Atacalco, por encontrarse la hoya aproximadamente en el centro de la zona que abarca nuestro estudio y porque la hoya tiene una extensión mediana.

Los datos estadísticos corregidos los extraemos del estudio del rendimiento de esa hoya, suprimiendo los datos del año hidrológico 1946 de acuerdo con lo que se deduce del citado estudio.

En la primera columna del cuadro suguiente se anotan los meses, en la segunda los promedios mensuales (q) obtenidos en la forma indicada. Se suman los promedios y al dividir por 12 obtenemos el promedio anual. En la tercera columna anotamos los valores (P) que son la razón entre los valores de la segunda columna y el gasto medio anual.

Mes	q	P
Mayo	30,000	1,495

Junio	41,189	2,053
Julio	31,111	1,551
Agosto	31,989	1,594
Septiembre	29,633	1,477
Octubre	19,489	0,971
Noviembre	16,444	0,820
Diciembre	12,344	0,615
Enero	9,489	0,473
Febrero	5,478	0,273
Marzo	5,267	0,263
Abril	8,322	0,415

$$G_m = 240,755/12 = 20,063 \qquad 12,000$$

Por definición:

$$p = (0,415 + 1,495)/2 = 0,955$$

Aplicando las fórmulas de (g) llegamos a:

Mes	g
Mayo	1,131 G + 0,401 Ga - 0,037 Gs
Junio	1,888 G + 0,262 Ga - 0,097 Gs
Julio	1,544 G + 0,142 Ga - 0,135 Gs
Agosto	1,707 G + 0,043 Ga - 0,156 Gs
Septiembre	1,669 G - 0,036 Ga - 0,156 Gs
Octubre	1,202 G - 0,095 Ga - 0,136 Gs
Noviembre	1,051 G - 0,136 Ga - 0,096 Gs
Diciembre	0,807 G - 0,156 Ga - 0,036 Gs
Enero	0,586 G - 0,156 Ga + 0,043 Gs
Febrero	0,266 G - 0,135 Ga + 0,142 Gs
Marzo	0,098 G - 0,097 Ga + 0,262 Gs
Abril	0,051 G - 0,037 Ga + 0,401 Gs

Como el lógico, este método dá errores fuertes, y los datos que se obtengan tienen sólo valor ilustrativo. Si a esto se agrega, que se podría aplicar solo en el caso de extenderse los volúmenes anuales escurridos, que a su vez presentan errores fuertes, llegamos a una acumulación de errores que debemos evitar.

V.- COMPARACION DE ESCURRIMIENTOS   Río Diguillín y Río Itata

a) Método usado por el Departamento de Riego en 1952.-

El Departamento de Riego hizo en 1952 un estudio Hidrológico del río Diguillín en Atacalco usando como antecedentes la estadística de gastos medios mensuales de Atacalco desde Mayo de 1946 hasta fines de 1952, y la estadística de gastos medios mensuales del río Itata en Cholguán de los años 1938 a 1952. Estos antecedentes son los siguientes:

Estadística del río Diguillín en Atacalco

Gastos medios mensuales

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	17,7	16,2	41,3	21,2	32,5	18,6	24,7	14,1
1947	4,7	3,0	2,6	2,2	6,6	30,9	21,7	19,2	14,4	20,8	11,5	7,0
1948	4,8	3,7	3,0	13,9	17,1	28,8	39,2	14,7	61,0	32,8	21,9	14,2
1949	7,2	5,2	7,1	4,5	68,0	55,7	13,1	8,9	6,8	7,7	4,7	5,2
1950	5,5	2,8	2,4	13,1	47,7	36,9	21,4	62,3	28,4	21,3	27,4	15,4
1951	13,0	12,6	6,5	4,3	32,2	51,6	61,2	22,9	36,3	19,7	15,6	11,6
1952	7,2	5,8	7,2	4,3	17,3	32,7	32,7	17,2	18,7	15,4	7,0	4,8

Nota: El dato que figura para Mayo 1946 corresponde a las observaciones de nueve días, cuyo promedio se aceptó para el mes completo.

Estadística del Río Itata en Cholguán

Gastos medios mensuales

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1938	21,7	21,0	20,6	16,3	37,0	71,0	122,0	79,0	74,0	61,0	60,0	40,0
1939	27,7	24,5	20,0	16,5	77,0	90,0	60,0	115,0	39,0	99,0	29,4	26,3
1940	22,4	19,2	17,8	26,5	117,0	143,0	146,0	77,0	37,0	42,0	29,5	37,0
1941	23,3	22,4	21,0	19,0	52,0	99,0	150,0	138,0	75,0	40,0	77,0	47,0
1942	25,7	20,6	16,2	15,0	26,7	39,4	56,0	164,0	87,0	68,0	48,5	31,6
1943	20,4	17,8	20,0	15,6	55,0	33,0	48,0	45,0	130,0	43,0	24,0	22,0
1944	22,6	24,3	23,0	18,5	36,0	72,0	87,0	167,0	92,0	123,0	73,0	32,6
1945	22,6	29,6	27,0	23,0	97,0	108,0	120,0	164,0	97,0	72,0	72,0	24,0
1946	28,6	26,3	22,0	22,0	25,7	27,3	80,0	44,0	79,0	39,5	43,0	23,0
1947	18,4	20,0	20,0	17,0	13,4	72,0	48,0	41,0	31,4	39,0	16,8	22,5
1948	19,5	18,0	17,6	26,0	27,0	60,0	124,0	47,0	116,0	71,0	34,0	31,5
1949	23,0	24,6	27,5	16,4	125,0	148,0	50,0	31,0	21,3	17,3	22,5	29,0
1950	27,0	22,0	20,0	37,0	103,0	135,0	65,0	114,0	107,0	57,7	60,0	40,0
1951	36,0	23,5	17,8	15,0	55,8	131,0	154,0	86,0	83,1	54,5	38,6	32,1
1952	18,0	17,5	39,2	7,8	30,1	46,1	70,8	50,4	47,3	42,9	23,0	21,0

En resúmen se extendió la estadística de Atacalco de 6 años 8 meses a una de 15 años.

El estudio consistió en ampliar la primera de las estadísticas, valiéndose de los datos del río Itata, del cual el Diguillín es afluente, y cuyos regímenes son similares.

El método de ampliación consiste en suponer para los meses comunes el mismo grado de sequedad en ambas estadísticas. Se usó papel "Logarítmico-probabilidades" en que los gastos se llevan en escala logarítmica y las probabilidades de ocurrencia de éstos en la escala que da la curva de probabilidades de Gauss (según Allen Hazen). En estos gráficos la dispersión de los valores se mide por la inclinación de la recta representativa del fenómeno, que se haya obtenido.

Estudiaremos a continuación los errores que arroja este método, para formarnos una idea sobre la precisión del método.

En el cuadro siguiente se resumen las probabilidades corregidas (en %) obtenidas para el río Itata, extractadas del estudio del Departamento de Riego, para los meses en que tenemos datos en ambas estadísticas.

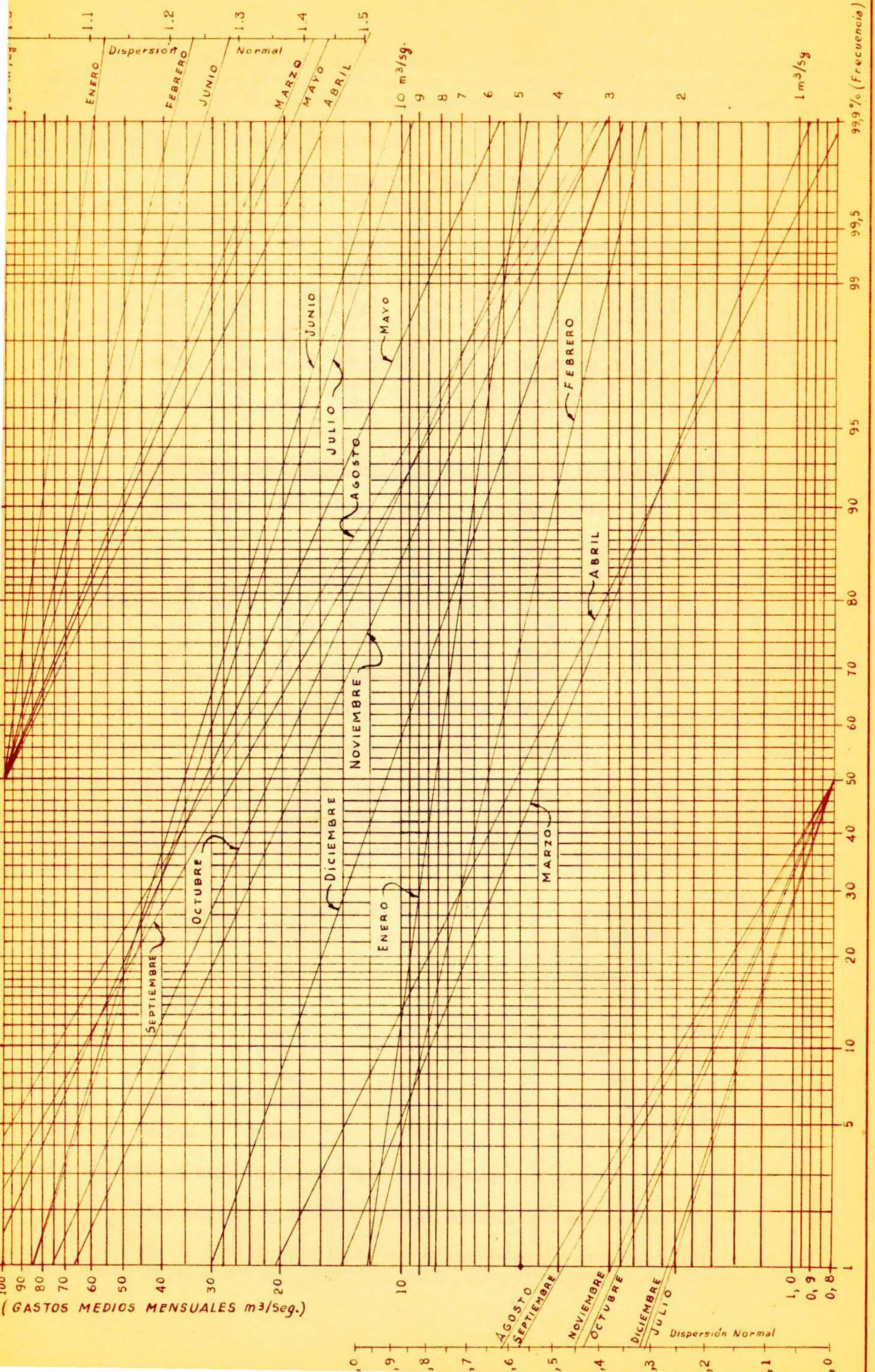
Probabilidades corregidas de gastos medios mensuales del Río Itata (mayo 1946 a dic. 1952)

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	86,0	93,7	52,0	82,3	53,0	78,0	44,3	82,0
1947	90,0	70,0	60,0	50,0	98,3	56,0	96,7	86,5	87,0	79,0	93,8	83,3
1948	83,3	88,0	85,0	13,5	83,0	64,0	24,0	80,0	9,0	24,0	61,0	45,5
1949	56,3	26,0	12,5	63,4	7,3	7,3	88,0	89,5	93,0	99,5	85,0	54,0
1950	23,3	50,0	60,0	2,6	12,5	19,0	66,0	34,0	16,0	43,3	23,3	13,0
1951	2,0	36,0	84,0	88,0	39,7	23,3	3,3	44,0	44,3	50,0	53,0	37,0
1952	91,0	92,0	1,5	99,9	78,0	82,0	59,0	76,0	77,0	69,0	83,3	90,0

En la página siguiente copiamos el gráfico N° 2 correspondiente al gráfico final de extrapolación para los diferentes meses obtenidos por Riego.

GRAFICO Nº 2

(DEL ANEXO DEL CAPITULO: D)



Siguiendo el método usado por Riego, aplicamos los valores del cuadro anterior al gráfico N° 2 para obtener los valores reconstruidos de los gastos medios mensuales en los meses en que hay datos en ambas estadísticas. Estos valores se restaron de los reales medidos para obtener los errores del método. Los valores respectivos figuran en los dos cuadros siguientes.

GASTOS RECONSTRUIDOS DEL RIO DIGUILLIN
(m3/seg.)

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	16,4	19,0	32,0	14,8	29,5	13,3	17,9	7,1
1947	6,5	5,0	3,8	4,8	9,3	32,0	15,3	13,1	11,7	13,1	7,3	6,9
1948	6,8	4,3	2,5	9,6	17,4	29,5	42,5	15,6	64,0	30,2	14,6	11,2
1949	7,8	7,1	7,7	3,9	65,5	59,0	20,1	11,8	9,2	5,1	9,5	10,1
1950	9,0	5,4	3,8	16,0	55,5	47,5	27,2	38,0	50,0	22,3	26,0	17,3
1951	10,6	6,6	2,6	2,4	34,5	33,5	67,5	32,0	27,6	20,5	16,6	12,3
1952	6,4	3,8	11,1	0,8	19,3	24,0	29,1	17,2	15,1	15,6	10,1	6,1

ERRORES DE LOS GASTOS RECONSTRUIDOS DEL RIO DIGUILLIN (m3/seg)

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	+1,3	-2,8	+9,3	+6,4	+3,0	+5,3	+6,8	+7,0
1947	-1,8	-2,0	-1,2	-2,6	-2,7	-1,1	+6,4	+6,1	+2,7	+7,7	+4,2	+0,1
1948	-2,0	-0,6	+0,5	+4,3	-0,3	-0,7	-3,3	-0,9	-3,0	+2,6	+7,3	+3,0
1949	-0,6	-1,9	-0,6	+0,6	+2,5	-3,3	-7,0	-2,9	-2,4	+2,6	-4,8	-4,9
1950	-3,5	-2,6	-1,4	-2,9	-7,8	-10,6	-5,8	+24,3	-21,6	-1,0	+1,4	-1,9
1951	+7,4	+6,0	+3,9	+1,9	-2,3	+18,1	-6,3	-9,1	+8,7	-0,8	-1,0	-0,7
1952	+0,8	+2,0	-3,9	+3,5	-2,0	+8,7	+3,6	0,0	+3,6	-0,2	-3,1	-1,3
Suma:	+0,3	+0,9	-2,7	+4,8	-11,3	+8,3	-3,1	+23,9	-9,0	+16,2	+10,8	+1,3

El cuadro siguiente resume los errores del método.

En efecto la suma de los datos mensuales de cada año de los dos cuadros anteriores multiplicados por: 2,63 millones (número de segundos del mes) nos dará para cada año el gasto escurrido según la estadística reconstruida y sus errores. Agregamos también el volúmen real escurrido, obtenido en igual forma del primer cuadro de este párrafo.

Año	Volúmen escurrido (mill m3) REAL	CALCULADO	Error (mill, m3) del volúmen
1946	490,0	394,5	+ 95,5
1947	380,3	338,7	+ 41,6
1948	670,9	652,8	+ 18,1
1949	510,5	570,2	- 59,7
1950	748,5	836,3	- 87,8
1951	769,3	701,4	+ 67,9
1952	447,9	417,1	+ 30,8
Total	4017,4	3911,0	+ 106,4

Nota: El volúmen indicado para 1946 corresponde a 8 meses

Nuevamente se nota una fuerte acumulación de errores para el año 1946.

En el párrafo siguiente estudiaremos estos errores y los que da la comparación directa que no recurre al papel "Logarítmico-probabilidades"

b) COMPARACION DIRECTA MENSUAL Río Diguillín y río Itata.-

Sea:

N = número de años en que tenemos observaciones directas en Atacalco y Cholguán, para un mismo mes.

q = gasto medio mensual del Diguillín en Atacalco.

Q = gasto medio mensual del Itata en Cholguán.

Buscaremos relaciones directas entre (q) y (Q) de la siguiente forma:

$$q_1 = AQ$$

$$q_2 = B + CQ$$

$$q_3 = DQ + EQ^2$$

Según la teoría de los errores y aceptando que $[\ ]$ indica una sumatoria, será:

$$A = \frac{[Qq]}{[Q^2]}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} BN + C[Q] = [q] \\ B[Q] + C[Q^2] = [qQ] \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} D[Q^2] + E[Q^3] = [qQ] \\ D[Q^3] + E[Q^4] = [qQ^2] \end{array}}$$

Para poder comparar trabajaremos con los mismos datos usados por Riego en 1952,

Mes: Enero

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1947	4,7	18,4	338,56	6229,504	114622,8736	86,48	1591,232
1948	4,8	19,5	380,25	7414,875	144590,0625	93,60	1825,200
1949	7,2	23,0	529,00	12167,000	279841,0000	165,60	3808,800
1950	5,5	27,0	729,00	19683,000	531441,0000	148,50	4009,500
1951	18,0	36,0	1296,00	46656,000	1679616,0000	648,00	23328,000
1952	7,2	18,0	324,00	5832,000	104976,0000	129,60	2332,800
Suma:	47,4	141,9	3596,81	97982,379	2855086,9361	1271,78	36895,532

Se obtiene

$$q_1 = 0,3536\ Q$$

$$q_2 = -\ 6,903 + 0,6259\ Q$$

$$q_3 = 0,02383\ Q + 0,012105\ Q^2$$

Aplicando estas fórmulas, con los datos de (Q) y (Q2) de la tabla anterior:

Año	q1	q1-q	-6,903+0,6259Q= q2	q2-q	0,02383Q+0,012105Q2=q3	q3-q
1947	6,51	+1,81	-6,903 +11,517 = 4,61	- 0,09	0,438 + 4,098 = 4,54	-0,16
1948	6,90	+2,10	-6,903 +12,205 = 5,30	+ 0,50	0,465 + 4,603 = 5,07	+0,27
1949	8,13	+0,93	-6,903 +14,396 = 7,49	+ 0,29	0,548 + 6,404 = 6,95	-0,25
1950	9,55	+4,05	-6,903 +16,899 = 10,00	+ 4,50	0,643 + 8,825 = 9,47	+3,97
1951	12,73	-5,27	-6,903 +22,532 = 15,63	- 2,37	0,858 +15,688 = 16,55	-1,45
1952	6,37	-0,83	-6,903 +11,266 = 4,36	- 2,48	0,429 + 3,922 = 4,35	-2,85
		+2,79		- 0,01		-0,47

Las sumas de los cuadrados del los errores serán en los tres casos: 53,4153 -- 34,2747 -- 26,1469. Para la primera fórmula el error medio se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la suma correspondiente dividida por (N-1) por haberse considerado una constante; En las dos fórmulas restantes debemos dividir por (N-2) por considerarse dos constantes. Se obtiene:

$$E_1 = 3,27$$

$$E_2 = 2,93$$

$$E_3 = 2,56$$

Mes: Febrero:

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1947	3,0	20,0	400,00	8000,000	160000,0000	60,00	1200,000
1948	3,7	18,0	324,00	5832,000	104976,0000	66,60	1198,800
1949	5,2	24,6	605,16	14886,936	366218,6256	127,92	3146,832
1950	2,8	22,0	282,00	10648,000	234256,0000	61,60	1355,200
1951	12,6	23,5	552,25	12977,875	304980,0625	296,10	6958,350
1952	5,8	17,5	306,25	5359,275	93789,0625	101,50	1776,250
Suma:	33,1	125,6	2671,66	57704,186	1264219,7506	713,72	15635,432

Las ecuaciones y sus soluciones serán:

$$2671,66A = 713,72 \qquad A = +0,2671$$

$$6\,B + 125,6\,C = 33,1 \qquad B = -4,758$$

$$125,6\,B + 2671,66\,C = 713,72 \qquad C = +0,4908$$

$$2671,66\,D + 57704,186\,E = 713,72 \qquad D = +0,00144$$

$$57704,186\,D + 1264219,7506\,E = 15635,432 \qquad E = +0,012302$$

Deaquí:

$$q_1 = 0,2671\,Q$$

$$q_2 = -4,758 + 0,4908\,Q$$

$$q_3 = 0,00144\,Q + 0,012302\,Q^2$$

Año	q_1	q_1-q	$-4,758+0,4908Q = q_2$	q_2-q	$0,00144Q+0,012302Q^2 = q_3$	q_3-q
1947	5,34	+2,34	-4,758+9,816 = 5,06	+2,06	0,029+ 4,921 = 4,95	+1,95
1948	4,81	+1,11	-4,758+8,834 = 4,08	+0,38	0,026+ 3,986 = 4,01	+0,31
1949	6,57	+1,37	-4,758+12,074 = 7,32	+2,12	0,035+ 7,445 = 7,48	+2,28
1950	5,88	+3,08	-4,758+10,798 = 6,04	+3,24	0,032+ 5,954 = 5,99	+3,19
1951	6,28	-6,32	-4,758+11,534 = 6,78	-5,82	0,034+ 6,794 = 6,83	-5,77
1952	4,67	-1,13	-4,758+8,589 = 3,83	-1,97	0,025+ 3,767 = 3,79	-2,01
		+0,45		+0,01		-0,05

La suma de los cuadrados de los errores son: 59,2903 -- 57,1333 -- 56,6061 y los errores medios serán:

$$E_1 = 3,44$$

$$E_2 = 3,78$$

$$E_3 = 3,76$$

Mes: Marzo

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1947	2,6	20,0	400,00	8000,000	160000,0000	52,00	1040,000
1948	3,0	17,6	309,76	5451,776	95951,2576	52,80	929,280
1949	7,1	27,5	756,25	20796,875	571914,0625	195,25	5369,375
1950	2,4	20,0	400,00	8000,000	160000,0000	48,00	960,000
1951	6,5	17,8	316,84	5639,752	100387,5856	115,70	2059,460
1952	7,2	39,2	1536,64	60236,288	2361262,4896	282,24	11063,808
Suma:	28,8	142,1	3719,49	108124,691	3449515,3953	745,99	21421,923

De donde:

$$q_1 = 0,2006\ Q$$

$$q_2 = 0,525 + 0,18049\ Q$$

$$q_3 = 0,2256\ Q - 0,000861\ Q^2$$

Año	q	q_1-q	$0,525+0,18049Q = q_2$	q_2-q	$0,2256Q-0,000861Q^2 = q_3$	q_3-q
1947	4,01	+1,41	0,525+3,610 = 4,13	+1,53	4,512 -0,344 = 4,17	+1,57
1948	3,53	+0,53	0,525+3,177 = 3,70	+0,70	3,971 -0,267 = 3,70	+0,70
1949	5,52	-1,58	0,525+4,964 = 5,49	-1,61	6,204 -0,651 = 5,55	-1,55
1950	4,01	+1,61	0,525+3,610 = 4,13	+1,73	4,512 -0,344 = 4,17	+1,77
1951	3,57	-2,93	0,525+3,213 = 3,74	-2,76	4,016 -0,273 = 3,74	-2,76
1952	7,86	+0,66	0,525+7,075 = 7,60	+0,40	8,844 -1,323 = 7,52	+0,32
		-0,30		-0,01		+0,05

La suma de los cuadrados de los errores son: 16,3780 -- 16,1935 -- 16,2103 de donde obtendremos:

$$E_1 = 1,81$$

$$E_2 = 2,01$$

$$E_3 = 2,01$$

Mes: Abril

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1947	2,2	17,0	289,00	4913,000	83521,0000	37,40	635,800
1948	13,9	26,0	676,00	17576,000	456976,0000	361,40	9396,400
1949	4,5	16,4	268,96	4410,944	72339,4816	73,80	1210,320
1950	13,1	37,0	1369,00	50653,000	1874161,0000	484,70	17933,900
1951	4,3	15,0	225,0	3375,000	50625,0000	64,50	967,500
1952	4,3	7,8	60,84	474,552	3701,5056	33,54	261,612
Suma:	42,3	119,2	2888,80	81402,496	2541323,9872	1055,34	30405,532

De donde:

$$q_1 = 0,3653Q$$

$$q_2 = -1,152 + 0,4129Q$$

$$q_3 = 0,2893Q + 0,002697Q^2$$

Año	q_1	q_1-q	$-1,152+0,4129Q = q_2$		q_2-q	$0,2893Q+0,002697Q^2 = q_3$		q_3-q
1947	6,21	+4,01	-1,152+ 7,019	= 5,87	+3,67	4,918 +0,779	= 5,70	+ 3,50
1948	9,50	-4,40	-1,152+10,735	= 9,58	-4,32	7,522 +1,823	= 9,34	- 4,56
1949	5,99	+1,49	-1,152+ 6,772	= 5,62	+1,12	4,745 +0,725	= 5,47	+ 0,97
1950	13,52	+0,42	-1,152+15,277	=14,13	+1,03	10,704 +3,692	=14,40	+ 1,30
1951	5,48	+1,18	-1,152+ 6,194	= 5,04	+0,74	4,340 +0,607	= 4,95	+ 0,65
1952	2,85	-1,45	-1,152+ 3,221	= 2,07	-2,23	2,257 +0,164	= 2,42	- 1,88
		+1,25			+0,01			+ 0,02

Para la suma de los cuadrados de los errores de (q_1), (q_2) y (q_3) obtendremos respectivamente 41,3315 -- 39,9671 -- 39,6314, lo que da los errores siguientes:

$$E_1 = 2,88$$

$$E_2 = 3,16$$

$$E_3 = 3,15$$

Mes: Mayo

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	17,7	25,7	660,49	16974,593	436247,0401	454,89	11690,673
1947	6,6	13,4	179,56	2406,104	32241,7936	88,44	1185,096
1948	17,1	27,0	729,00	19683,000	531441,0000	461,70	12465,900
1949	68,0	125,0	15625,00	1953125,000	244140265,0000	8500,00	1062500,000
1950	47,7	103,0	10609,00	1092727,000	112550881,0000	4913,10	506049,300
1951	32,2	55,8	3113,64	173741,112	9294754,0496	1796,76	100259,208
1952	17,3	30,1	906,01	27270,901	820854,1201	520,73	15673,973
Suma:	206,6	380,0	31822,70	3285927,710	368207044,0034	16735,62	1709824,150

De donde:

$$q_1 = 0,5259,$$

$$q_2 = 2,744 + 0,4931\ Q$$

$$q_3 = 0,5911\ Q - 0,000631\ Q^2$$

Año	q_1	q_1-q	$2,744+0,4931Q = q_2$	q_2-q	$0,5911Q-0,000631Q^2 = q_3$	q_3-q
1946	13,52	-4,18	2,744+12,673 = 15,42	-2,28	15,191 - 0,417 = 14,77	- 2,93
1947	7,05	+0,45	2,744+ 6,608 = 9,35	+2,75	7,921 - 0,113 = 7,81	+ 1,21
1948	14,20	-2,90	2,744+13,314 = 16,06	-1,04	15,960 - 0,460 = 15,50	- 1,60
1949	65,74	-2,26	2,744+61,638 = 64,38	-3,62	73,888 - 9,859 = 64,03	- 3,97
1950	54,17	+6,47	2,744+50,789 = 53,53	+5,83	60,883 - 6,694 = 54,19	+ 6,49
1951	29,35	-2,85	2,744+27,515 = 30,26	-1,94	32,983 - 1,977 = 31,01	- 1,19
1952	15,83	-1,47	2,744+14,842 = 17,59	+0,29	17,792 - 0,572 = 17,22	- 0,08
		-6,74		-0,01		- 2,07

La suma de los cuadrados de los errores son: 83,3368 -- 64,7835 -- 71,9125 de donde se obtienen les siguientes errores:

$$E_1 = 3,73$$

$$E_2 = 3,60$$

$$E_3 = 3,79$$

Mes:Junio

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	16,2	27,3	745,29	20346,417	555457,1841	442,26	12073,698
1947	30,9	72,0	5184,00	373284,000	26873856,0000	2224,80	160185,600
1948	28,8	60,0	3600,00	216000,000	12960000,0000	1728,00	103680,000
1949	55,7	148,0	21904,00	3241792,000	479785216,0000	8243,60	1220052,800
1950	36,9	135,0	18225,00	2460375,000	332150625,0000	4981,50	672502,500
1951	51,6	131,0	17161,00	2248091,000	294499921,0000	6759,60	885507,600
1952	32,7	46,1	2125,21	97972,181	4516517,5441	1507,47	69494,367
Suma:	252,8	619,4	68944,50	8657824,498	1151341592,7282	25887,23	3123496,565

Luego tendremos:

$$q_1 = 0,3755\ Q$$

$$q_2 = 14,093 + 0,2489\ Q$$

$$q_3 = 0,6249\ Q - 0,001986\ Q^2$$

Año	q_1	q_1-q	$14,093+0,2489Q = q_2$	q_2-q	$0,6249Q-0,001986Q^2 = q_3$	q_3-q
1946	10,25	- 5,95	14,093+ 6,795 = 20,89	+ 4,69	17,060 - 1,480 = 15,58	- 0,62
1947	27,04	- 3,86	14,093+17,921 = 32,01	+ 1,11	44,993 -10,295 = 34,70	+ 3,80
1948	22,53	- 6,27	14,093+14,934 = 29,03	+ 0,23	37,494 - 7,150 = 30,34	+ 1,54
1949	55,57	- 0,13	14,093+36,837 = 50,93	- 4,77	92,485 -43,502 = 48,98	- 6,72
1950	50,69	+13,79	14,093+33,601 = 47,69	+10,79	84,362 -36,195 = 48,17	+11,27
1951	49,19	- 2,41	14,093+32,606 = 46,70	- 4,90	81,862 -34,082 = 47,78	- 3,82
1952	17,31	-15,39	14,093+11,474 = 25,57	- 7,13	28,808 - 4,221 = 24,59	- 8,11
		-20,22		+ 0,02		- 2,66

Los cuadrados de los errores suman: 522,4562 -- 237,3050 -- 269,7318 con lo que obtendremos los errores:

$$E_1 = 9,33$$

$$E_2 = 6,89$$

$$E_3 = 7,34$$

es: Julio

ño	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	41,3	80,0	6400,00	512000,000	40960000,0000	3304,00	264320,000
1947	21,7	48,0	2304,00	110592,000	5308416,0000	1041,60	49996,800
1948	39,2	124,0	15376,00	1906624,000	236421376,0000	4860,80	602739,200
1949	13,1	50,0	2500,00	125000,000	6250000,0000	655,00	32750,000
1950	21,4	65,0	4225,00	274625,000	17850625,0000	1391,00	90415,000
1951	61,2	154,0	23716,00	3652264,000	562448656,0000	9424,80	1451419,200
1952	32,7	70,8	5012,64	354894,912	25126559,7696	2315,16	163913,328
Suma:	230,6	591,8	59533,64	6935999,912	894365632,7696	22992,36	2655553,528

Será:

$$q_1 = 0,3862\ Q$$

$$q_2 = 1,828 + 0,3680\ Q$$

$$q_3 = 0,4175\ Q - 0,000269\ Q^2$$

Año	q1	q1-q	1,828+0,3680 Q = q2	q2-q	0,4175 Q-0,000269 Q^2 = q3	q3-q
1946	30,90	-10,40	1,828+29,440 = 31,27	-10,03	33,400 - 1,722 = 31,68	- 9,62
1947	18,54	- 3,16	1,828+17,664 = 19,49	- 2,21	20,040 - 0,620 = 19,42	- 2,28
1948	47,89	+ 8,69	1,828+45,632 = 47,46	+ 8,26	51,770 - 4,136 = 47,63	+ 8,43
1949	19,31	+ 6,21	1,828+18,400 = 20,23	+ 7,13	20,875 - 0,673 = 20,20	+ 7,10
1950	25,10	+ 3,70	1,828+23,920 = 25,75	+ 4,35	27,138 - 1,137 = 26,00	+ 4,74
1951	59,47	- 1,73	1,828+56,672 = 58,50	- 2,70	64,295 - 6,380 = 57,92	- 3,28
1952	27,34	- 5,36	1,828+26,054 = 27,88	- 4,82	29,559 - 1,348 = 28,21	- 4,49
		- 2,05		- 0,02		+ 0,60

La suma de los cuadrados de los errores son: 277,6383 -- 273,9944 -- 272,6038 y los errores:

$$E_1 = 6,80$$

$$E_2 = 7,40$$

$$E_3 = 7,38$$

Mes: Agosto

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	21,2	44,0	1936,00	85184,000	3748096,0000	932,80	41043,200
1947	19,2	41,0	1681,00	68921,000	2825761,0000	787,20	32275,200
1948	14,7	47,0	2209,00	103823,000	4879681,0000	690,90	32472,300
1949	8,9	31,0	961,00	29791,000	923521,0000	275,90	8552,900
1950	62,3	114,0	12996,00	1481544,000	168896016,0000	7102,20	809650,800
1951	22,9	86,0	7396,00	636056,000	54700816,0000	1969,40	169368,400
1952	17,2	50,4	2540,16	128024,064	6452412,8256	866,88	43690,752
Suma:	166,4	413,4	29719,16	2533343,064	242426303,8256	12625,28	1137056,552

$$q_1 = 0,4248\ Q$$

$$q_2 = -7,379 + 0,5275\ Q$$

$$q_3 = 0,2289\ Q + 0,002298\ Q^2$$

ño	q_1	q_1-q	$-7,379+0,5275\ Q = q_2$	q_2-q	$0,2289Q+0,002298Q^2=q_3$	q_3-q
946	18,69	- 2,51	-7,379+23,210 = 15,83	- 5,37	10,072+ 4,449 = 14,52	- 6,68
947	17,42	- 1,78	-7,379+21,628 = 14,25	- 4,95	9,385+ 3,863 = 13,25	- 5,95
948	19,97	+ 5,27	-7,379+24,793 = 17,41	+ 2,71	10,758+ 5,076 = 15,83	+ 1,13
949	13,17	+ 4,27	-7,379+16,353 = 8,97	+ 0,07	7,096+ 2,208 = 9,30	+ 0,40
950	48,43	-13,87	-7,379+60,135 = 52,76	- 9,54	26,095+29,865 = 55,96	- 6,34
951	36,53	+13,63	-7,379+45,365 = 37,99	+15,09	19,685+16,996 = 36,68	+13,78
1952	21,41	+ 4,21	-7,379+26,586 = 19,21	+ 2,01	11,537+ 5,837 = 17,37	+ 0,17
		+ 9,22		+ 0,02		- 3,49

Las sumas de los cuadrados de los errores son 451,3522 -- 383,4482 -- 311,5747 y los errores son:

$E_1 = 8,67$

$E_2 = 8,76$

$E_3 = 7,89$

Mes: Septiembre

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	32,5	79,0	6241,00	493039,000	38950081,0000	2567,50	202832,500
1947	14,4	31,4	985,96	30959,144	972117,1216	452,16	14197,824
1948	61,0	116,0	13456,00	1560896,000	181063936,0000	7076,00	820816,000
1949	6,8	21,3	453,69	9663,597	205834,6161	144,84	3085,092
1950	28,4	107,0	11449,00	1225043,000	131079601,0000	3038,80	325151,600
1951	36,3	83,1	6905,61	573856,191	47687449,4721	3016,53	250673,643
1952	18,7	47,3	2237,29	105823,817	5005466,5441	884,51	41837,323
Suma:	198,1	485,1	41728,55	3999280,749	404964485,7539	17180,34	1658593,982

$q_1 = 0,4117\ Q$

$q_2 = -1,193 + 0,4256\ Q$

$q_3 = 0,3585 + 0,000555\ Q^2$

Año	q_1	q_1-q	$-1,193+0,4256\ Q = q_2$	q_2-q	$0,3585Q+0,000555Q^2 = q_3$	q_3-
1946	32,52	++0,02	-1,193+33,622 = 32,43	- 0,07	28,322+ 3,464 = 31,79	- 0,71
1947	12,93	- 1,47	-1,193+13,364 = 12,17	- 2,23	11,257+ 0,547 = 11,80	- 2,60
1948	47,76	-13,24	-1,193+49,370 = 48,18	-12,82	41,586+ 7,468 = 49,05	-11,95
1949	8,77	+ 1,97	-1,193+ 9,065 = 7,87	+ 1,07	7,636+ 0,252 = 7,89	+ 1,09
1950	44,05	+15,65	-1,193+45,539 = 44,35	+15,95	38,360+ 6,354 = 44,71	+16,31
1951	34,21	- 2,09	-1,193+35,367 = 34,17	- 2,13	29,791+ 3,833 = 33,62	- 2,68
1952	19,47	+ 0,77	-1,193+20,131 = 18,94	+ 0,24	16,957+ 1,242 = 18,20	- 0,50
		+ 1,61		+ 0,01		- 1,04

Las sumas de los cuadrados de los errores son: 431,2233 -- 429,4721 -- 424,7032 y los errores:

$E_1 = 8,48$

$E_2 = 9,27$

$E_3 = 9,22$

Mes: Octubre

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	18,6	39,5	1560,25	61629,875	2434380,0625	734,70	29020,650
1947	20,8	39,0	1521,00	59319,000	2313441,0000	811,20	31636,800
1948	32,8	71,0	5041,00	357911,000	25411681,0000	2328,80	165344,800
1949	7,7	17,3	299,29	5177,717	89574,5041	133,21	2304,533
1950	21,3	57,7	3329,29	192100,033	11084171,9041	1229,01	70913,877
1951	19,7	54,5	2970,25	161878,625	8822385,0625	1073,65	58513,925
1952	15,4	42,9	1840,41	78953,589	3387108,9681	660,66	28342,314
Suma:	136,3	321,9	16561,49	916969,839	53542742,5013	6971,23	386076,899

$$q_1 = 0,4209\ Q$$

$$q_2 = 1,080 + 0,3999\ Q$$

$$q_3 = 0,4190\ Q + 0,000035\ Q^2$$

Año	q_1	q_1-q	1,080+0,3999Q = q_2		q_2-q	0,4190+0,000035Q^2 = q_3		q_3-q
1946	16,63	- 1,97	1,080+ 15,796	= 16,88	-1,72	16,551+ 0,055	= 16,61	- 1,99
1947	16,42	- 4,38	1,080+ 15,596	= 16,68	-4,12	16,341+ 0,053	= 16,39	- 4,41
1948	29,88	- 2,92	1,080+ 28,393	= 29,47	-3,33	29,749+ 0,176	= 29,93	- 2,87
1949	7,28	- 0,42	1,080+ 6,918	= 8,00	+0,30	7,249+ 0,010	= 7,26	- 0,44
1950	24,29	+ 2,99	1,080+ 23,074	= 24,15	+2,85	24,176+ 0,117	= 24,29	+ 2,99
1951	22,94	+ 3,24	1,080+ 21,795	= 22,87	+3,17	22,836+ 0,104	= 22,94	+ 3,24
1952	18,06	+ 2,66	1,080+ 17,156	= 18,24	+2,84	17,975+ 0,064	= 18,04	+ 2,64
		- 0,80			-0,01			- 0,84

La suma de los cuadrados de los errores son: 58,2814 -- 57,3487 -- 58,2460 y los errores:

$$E_1 = 3,12$$

$$E_2 = 3,39$$

$$E_3 = 3,41$$

Mes: Noviembre

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	24,7	43,0	1849,00	79507,000	3418801,0000	1062,10	45670,300
1947	11,5	16,8	282,24	4741,632	79659,4176	193,20	3245,760
1948	21,9	34,0	1156,00	39304,000	1336336,0000	744,60	25316,400
1949	4,7	22,5	506,25	11390,625	256289,0625	105,75	2379,375
1950	27,4	60,0	3600,00	216000,000	12960000,0000	1644,00	98640,000
1951	15,6	38,6	1489,96	57512,456	2219980,8016	602,16	23243,376
1952	7,0	23,0	529,00	12167,000	279841,0000	161,00	3703,000
Suma:	112,8	237,9	9412,45	420622,713	20550907,2817	4512,81	202198,211

$$q_1 = 0,4795\ Q$$

$$q_2 = - 1,278 + 0,5118\ Q$$

$$q_3 = 0,4660\ Q + 0,000302\ Q^2$$

Año	q_1	$q_1 - q$	$-1,278+0,5118Q = q_2$	$q_2 - q$	$0,4660Q+0,000302Q^2 = q_3$	$q_3 - q$
1946	20,62	- 4,08	-1,278+22,007 = 20,73	- 3,97	20,038+0,558 = 20,60	- 4,10
1947	8,06	- 3,44	-1,278+ 8,598 = 7,32	- 4,18	7,829+0,085 = 7,91	- 3,59
1948	16,30	- 5,60	-1,278+17,401 = 16,12	- 5,78	15,844+0,349 = 16,19	- 5,71
1949	10,79	+ 6,09	-1,728+11,516 = 10,24	+ 5,54	10,485+0,153 = 10,64	+ 5,94
1950	28,77	+ 1,37	-1,728+30,708 = 29,43	+ 2,03	27,960+1,087 = 29,05	+ 1,65
1951	18,51	+ 2,91	-1,728+19,755 = 18,48	+ 2,88	17,988+0,450 = 18,44	+ 2,84
1952	11,03	+ 4,03	-1,728+11,771 = 10,49	+ 3,49	10,718+0,160 = 10,88	+ 3,88
		+ 1,28		+ 0,01		+ 0,91

La suma de los cuadrados de los errores son: 123,5140 -- 121,9287 -- 123,4283
y los errores:

$$E_1 = 4,54$$

$$E_2 = 4,94$$

$$E_3 = 4,97$$

Mes: Diciembre.

Año	q	Q	Q^2	Q^3	Q^4	qQ	qQ^2
1946	14,1	23,0	529,0	12167,000	279841,0000	324,30	7458,900
1947	7,0	22,5	506,25	11390,625	256289,0625	157,50	3543,750
1948	14,2	31,5	992,25	31255,875	984560,0625	447,30	14089,950
1949	5,2	29,0	841,00	24389,000	707281,0000	150,80	4373,200
1950	15,4	40,0	1600,00	64000,000	2560000,0000	616,00	24640,000
1951	11,6	32,1	1030,41	33076,161	1061744,7681	372,36	11952,756
1952	4,8	21,0	441,00	9261,000	194481,0000	100,80	2116,800
Suma:	72,3	199,1	5939,91	185539,661	6044196,8931	2169,06	68175,356

$$q^1 = 0,3652\ Q$$

$$q^2 = -\ 1,240+0,4067\ Q$$

$$q^3 = 0,3122\ Q + 0,001695\ Q^2$$

Año	q_1	$q_1 - q$	$-1,240+0,4067\ Q = q_2$	$q_2 - q$	$0,3122Q+0,001695Q^2 = q_3$	$q_3 - q$
1946	8,40	- 5,70	-1,240+ 9,354 = 8,11	- 5,99	7,181+0,897 = 8,08	- 6,02
1947	8,22	+ 1,22	-1,240+ 9,151 = 7,91	+ 0,91	7,025+0,858 = 7,88	+ 0,88
1948	11,50	- 2,70	-1,240+12,811 = 11,57	- 2,63	9,834+1,682 = 11,52	- 2,68
1949	10,59	+ 5,39	-1,240+11,794 = 10,55	+ 5,35	9,054+1,425 = 10,48	+ 5,28
1950	14,61	- 0,79	-1,240+16,268 = 15,03	- 0,37	12,488+2,712 = 15,20	- 0,20
1951	11,72	+ 0,12	-1,240+13,055 = 11,82	+ 0,22	10,022+1,747 = 11,77	+ 0,17
1952	7,67	+ 2,87	-1,240+ 8,541 = 7,30	+ 2,50	6,556+0,747 = 7,30	+ 2,50
		+ 0,41		- 0,01		- 0,07

Las sumas de los cuadrados de los errores serán: 79,1959 -- 78,6829 -- 78,3945
y los errores llegarán a:

$$E_1 = 3,63$$

$$E_2 = 3,97$$

$$E_3 = 3,96$$

Resúmen de errores con $q_1 = AQ$ (Gastos medios mensuales).-

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	-4,18	-5,95	-10,40	-2,51	+0,02	-1,97	-4,08	-5,70
1947	+1,81	+2,34	+1,41	+4,01	+0,45	-3,86	- 3,16	-1,78	-1,47	-4,38	-3,44	+1,22
1948	+2,10	+1,11	+0,53	-4,40	-2,90	-6,27	+ 8,69	+5,27	-13,24	-2,92	-5,60	-2,70
1949	+0,93	+1,37	-1,58	+1,49	-2,26	-0,13	+ 6,21	+4,27	+1,97	-0,42	+6,09	+5,39
1950	+4,05	+3,08	+1,61	+0,42	+6,47	+13,79	+ 3,70	-13,87	+15,65	+2,99	+1,37	-0,79
1951	-5,27	-6,32	-2,93	+1,18	-2,85	-2,41	- 1,73	+13,63	-2,09	+3,24	+2,91	+0,12
1952	-0,83	-1,13	+0,66	-1,45	-1,47	-15,39	- 5,36	+4,21	+0,77	+2,66	+4,03	+2,87
Error	3,27	3,44	1,81	2,88	3,73	9,33	6,80	8,67	8,48	3,12	4,54	3,63

Resúmen de errores con $q_2 = B + CQ$ (Gastos medios mensuales)

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	-2,28	+4,69	-10,03	-5,37	-0,07	-1,72	-3,97	-5,99
1947	-0,09	+2,06	+1,53	+3,67	+2,75	+1,11	- 2,21	-4,95	-2,23	-4,12	-4,18	+0,91
1948	+0,50	+0,38	+0,70	-4,32	-1,04	+0,23	+ 8,26	+2,71	-12,82	-3,33	-5,78	-2,63
1949	+0,29	+2,12	-1,61	+1,12	-3,62	-4,77	+7,13	+0,07	+1,07	+0,30	+5,54	+5,35
1950	+4,50	+3,24	+1,73	+1,03	+5,83	+10,79	+4,35	-9,54	+15,95	+2,85	+2,03	-0,37
1951	-2,37	-5,82	-2,76	+0,74	-1,94	-4,90	-2,70	+15,09	-2,13	+3,17	+2,88	+0,22
1952	-2,84	-1,97	+0,40	-2,23	+0,29	-7,13	-4,82	+2,01	+0,24	+2,84	+3,49	+2,50
Error	2,92	3,78	2,01	3,16	3,60	6,89	7,40	8,76	9,27	3,39	4,94	3,97

Resúmen de errores con $q_3 = DQ + EQ^2$ (Gastos medios mensuales)

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1946	-	-	-	-	-2,93	-0,62	-9,62	-6,68	-0,71	-1,99	-4,10	-6,02
1947	-0,16	+1,95	+1,57	+3,50	+1,21	+3,80	-2,28	-5,95	-2,60	-4,41	-3,59	+0,88
1948	+0,27	+0,31	+0,70	-4,56	-1,60	+1,54	+8,43	+1,13	-11,95	-2,87	-5,71	-2,68
1949	-0,25	-2,28	-1,55	+0,97	-3,97	-6,72	+7,10	+0,40	+1,09	-0,44	+5,94	+5,28
1950	+3,97	+3,19	+1,77	+1,30	+6,49	+11,27	+4,74	-6,34	+16,31	+2,99	+1,65	-0,20
1951	-1,45	-5,77	-2,76	+0,65	-1,19	-3,82	-3,28	+13,78	-2,68	+3,24	+2,84	+0,17
1952	-2,85	-2,01	+0,32	-1,88	-0,08	-8,11	-4.49	+0,17	-0,50	+2,64	+3,88	+2,50
Error:	2,56	3,76	2,01	3,15	3,79	7,34	7,38	7,39	9,22	3,41	4,97	3,96

Si estos errores se multiplican por el número de segundos del mes, obtendremos los errores del volumen escurrido del mes. La suma de estos valores da el error del volumen escurrido del año. (Por tanto: se suman los reglones y se multiplican por 2,63 millones)).

El error medio del gasto escurrido en el año es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferencias mensuales. O sea: Es el producto de 2,630.000 por la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores del último reglón de cada cuadro.

En el cuadro resumen siguiente, se incluyen los valores obtenidos en el estudio del Departamento de Riego (de 1952) cambiando los signos para uniformar el criterio.

Año	Errores Riego	medios $q_1 = AQ$	en millones de $q_2 = B + CQ$	m3. $q_3 = DQ + EQ^2$
1946	- 95,5	- 91,4	- 65,1	- 85,9
1947	- 41,6	- 18,0	- 15,1	- 16,0
1948	- 18,1	- 53,5	- 45,1	- 44,7
1949	+ 59,7	+ 61,4	+ 34,2	+ 26,6
1950	+ 87,8	+101,2	+111,5	+124,0
1951	- 67,9	- 6,6	- 1,4	- 0,7
1952	- 30,8	- 27,4	- 19,0	- 27,4
Suma:	-106,4	- 34,3	0,0	- 24,1
Error medio	-	50,7	50,3	49,7

Nota: Los datos de 1946 a corresponden a 8 meses.

Se observará que los errores medios son practicamente iguales en los tres últimos casos. Al agregar los años 1953 a 1956 podrían acentuarse levemente estas diferencias, pero nunca al extremo de obtener un mejoramiento tal del resultado, que compense la mayor complicación de las fórmulas de (q). Finalmente como debemos obtener estadísticas a partir de un sólo años de observación, nor resulta imposible usar fórmulas con más de una constante, y por tanto se eliminan los casos (q2) y (q3)

Para comparar los resultados obtenidos por el método de Riego con los que arroja (q1) comparamos las sumas de los cuadrados de errores que da el cuadro anterior Estas son respectivamente: 28010,40 y 26345,93. Como el estudio de Riego no puede usar menos de una condición y (q1) usó una, el error medio del método de Riego será superior a $50,7 \sqrt{28010,40/26345,93} = 52,3$. Este valor se diferencia poco con los demás errores, pero el método es tan laborioso que se adopta en definitiva la fórmula.

$$q = AQ$$

Si comparamos los errores del año 1946 obtenidos por los distintos métodos, observamos que están dentro de los valores normales que da la repartición probable de errores. Además en tres de los metodos de comparación el error máximo se produjo en 1950 y nó en 1946. Por tanto según estos métodos el año 1946 arroja errores normales y no hay razón para eliminarlo de los cálculos.

En los métodos de extensión por medio de las lluvias, obtuvimos para 1946, errores que siempre sobrepasaban levemente a los máximos que debían esperarse según la teoría de los errores (párrafo I). O sea, en este caso el argumento para eliminar el año 1946 no es categórico.

En resúmen: no debemos eliminar el año 1946.

Pero de hecho hemos eliminado el año 1946 en el cálculo de los errores que arrojan los métodos de comparación basados en la lluvia. Esto nos obliga a calcular los errores de los métodos de comparación en las mismas condiciones, o sea, sin el año hidrológico de 1946, a fin de comparar resultados obtenidos en condiciones idénticas.

Los resultados de los cálculos de este anexo, que sirven para aquilatar la seguridad que nos dan los distintos métodos no se afectan por la exclusión de un dato siempre que se le excluya en todos los casos.

Por lo tanto, nos resta comparar los resultados de la fórmula (q = AQ) con los métodos estudiados anteriormente. Para este trabajamos con nuestra estadística corregida de Atacalco (que figura en el párrafo 1 del capítulo II). En esta forma compararemos resultados obtenidos con datos idénticos.

La estadística del río Itata no necesita correcciones ya que como en el caso del Diguillín en Atacalco, no existen canales que nacen aguas arriba de la sección de aforo (Cholguán en este caso).

La estadística del Itata en Cholguán que usaremos será la que sigue:

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
1947	-	-	-	-	13,4	72,0	48,0	41,0	31,4	39,0	16,8	22,5
1948	19,5	18,0	17,6	26,0	27,0	60,0	124,0	47,0	116,0	71,0	34,0	31,5
1949	23,0	24,6	27,5	16,4	125,0	148,0	50,0	31,0	21,3	17,3	22,5	29,0
1950	27,0	22,0	20,0	37,0	123,0	135,0	65,0	114,0	107,0	57,0	60,0	40,0
1951	36,0	23,5	17,8	15,0	55,0	129,0	152,0	86,4	83,2	55,5	40,2	34,0
1952	21,1	19,8	20,9	7,8	30,1	46,1	70,8	50,4	47,3	42,9	31,1	20,3
1953	30,3	24,1	21,8	24,1	97,2	78,5	94,2	144,5	162,0	61,6	57,7	31,0
1954	13,0	11,8	11,6	11,4	31,3	104,0	103,0	107,0	40,6	33,5	29,2	30,0
1955	22,8	23,8	20,8	15,7	16,4	92,4	35,5	61,7	54,0	35,8	27,4	30,0
1956	36,8	29,0	31,7	38,4	-	-	-	-	-	-	-	-

El método de cálculo será: Anotar en 2ª columna el gasto (q) de Atacalco correspondiente al mes, en 3ª columna el gasto (Q) del mismo mes en Cholguán, en la 4ª columna los valores (qQ) y en la quinta los de (Q^2). El valor de (A) se obtiene por división de la suma de (qQ) por la de (Q^2). El valor de (A) multiplicado por (Q) nos dará en cada año el valor reconstruido de (q) que figura en la 6ª columna. La diferencia entre la 6ª y la 2ª columna nos dará los errores que se anoten en la 7ª columna.

Para obtener los errores medios sumamos los cuadrados de los errores y dividimos por 8 (ya que son nueve años de observación) y de este cuociente se extrae la raíz cuadrada.

Mes: Enero

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q	$(q_1-q)^2$
1948	4,8	19,5	93,60	380,25	7,29	+ 2,49	6,2001
1949	7,2	23,0	165,60	529,00	8,60	+ 1,40	1,9600
1950	5,5	27,0	148,50	729,00	10,09	+ 4,59	21,0681
1951	18,0	36,0	648,00	1296,00	13,46	- 4,54	20,6116
1952	7,2	21,1	151,92	445,21	7,89	+ 0,69	0,4761
1953	5,0	30,3	151,50	918,09	11,33	+ 6,33	40,0689
1954	11,8	13,0	153,40	169,00	4,86	- 6,94	48,1636
1955	6,8	22,8	155,04	519,84	8,52	+ 1,72	2,9584
1956	19,1	36,8	702,88	1354,24	13,76	- 5,34	28,5156
Suma:	85,4	229,5	2370,44	6340,63	85,80	+ 0,40	170,0224

$A = 237044/634063 = 0,3738$

$e = \sqrt{170,0224/8} = 4,61$

Comprobación del cuadro anterior

$[q_1] - [q] = [q_1-q]$

$85,80-85,4 = + 0,40$

$A\,[Q] \sim [q_1]$

$0,3738 \cdot 229,5 = 85,787 \sim 85,80$

Mes: Febrero

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1948	3,7	18,0	66,60	324,00	4,26	+ 0,56
1949	5,2	24,6	127,92	605,16	5,83	+ 0,63
1950	2,8	22,0	61,60	484,00	5,21	+ 2,41
1951	12,6	23,5	296,10	552,25	5,57	- 7,03
1952	5,8	19,8	114,84	392,04	4,69	- 1,11
1953	3,8	24,1	91,58	580,81	5,71	+ 1,91
1954	7,0	11,8	82,60	139,24	2,80	- 4,20
1955	4,3	23,8	102,34	566,44	5,64	+ 1,34
1956	4,1	29,0	118,90	841,00	6,87	+ 2,77
Suma:	49,3	196,6	1062,48	4484,94	46,58	- 2,72

A = 0,2369

e = 3,32

Mes: Marzo

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1948	3,0	17,6	52,80	309,76	4,42	+ 1,42
1949	7,1	27,5	195,25	756,25	6,91	- 0,19
1950	2,4	20,0	48,00	400,00	5,03	+ 2,63
1951	6,5	17,8	115,70	316,84	4,47	- 2,03
1952	7,2	20,9	150,48	436,81	5,25	- 1,95
1953	3,4	21,8	74,12	475,24	5,48	+ 2,08
1954	5,0	11,6	58,00	134,56	2,92	- 2,08
1955	2,5	20,8	52,00	432,64	5,23	+ 2,73
1956	10,3	31,7	326,51	1004,89	7,97	- 2,23
Suma:	47,4	189,7	1072,86	4266,99	47,68	+ 0,28

A = 0,2514

e = 2,19

Mes: Abril

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1948	13,9	26,0	361,40	676,00	10,69	- 3,21
1949	4,5	16,4	73,80	268,96	6,74	+ 2,24
1950	13,1	37,0	484,70	1369,00	15,21	+ 2,11
1951	4,3	15,0	64,50	225,00	6,17	+ 1,87
1952	4,3	7,8	33,54	60,84	3,21	- 1,09
1953	4,7	24,1	113,27	580,81	9,91	+ 5,21
1954	6,4	11,4	72,96	129,96	4,69	- 1,71
1955	2,0	15,7	31,40	246,49	6,46	+ 4,46
1956	21,7	38,4	833,28	1474,56	15,79	- 5,91
Suma:	74,9	191,8	2068,85	5031,62	78.87	+ 3,97

A = 0,4112

e = 3,70

Mes: Mayo

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1947	6,6	13,4	88,44	179,56	6,74	+ 0,14
1948	17,1	27,0	461,70	729,00	13,57	- 3,53
1949	68,0	125,0	8500,00	15625,00	62,38	- 5,16
1950	47,7	123,0	5867,10	15129,00	61,83	+14,13
1951	32,2	55,0	1771,00	3025,00	27,65	- 4,55
1952	17,3	30,1	520,73	906,01	15,13	- 2,17
1953	55,0	97,2	5346,00	9447,84	48,86	- 6,14
1954	19,2	31,3	600,96	979,69	15,73	- 3,47
1955	6,9	16,4	113,16	268,96	8,24	+ 1,34
Suma:	270,0	518,4	23269,09	46290,06	260,59	- 9,41

A = 0,5027

e = 6,28

Mes: Junio

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1947	30,9	72,0	2224,80	5184,00	29,33	- 1,57
1948	28,8	60,0	1728,00	3600,00	24,44	- 4,36
1949	55,7	148,0	8243,60	21904,00	60,30	+ 4,60
1950	36,9	135,0	4981,50	18225,00	55,00	+18,10
1951	51,6	129,0	6656,40	16641,00	52,55	+ 0,95
1952	32,7	46,1	1507,47	2125,21	18,78	-13,92
1953	22,1	78,5	1734,85	6162,25	31,98	+ 9,88
1954	46,8	104,0	4867,20	10816,00	42,37	- 4,43
1955	65,2	92,4	6024,48	8537,76	37,64	-27,56
Suma:	370,7	865,0	37968,30	93195,22	352,39	-18,31

A = 0,4074

e = 13,42

Mes: Julio

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1947	21,7	48,0	1041,60	2304,00	18,36	- 3,34
1948	39,2	124,0	4860,80	15376,00	47,42	+ 8,22
1949	13,1	50,0	655,00	2500,00	19,12	+ 6,02
1950	21,4	65,0	1391,00	4225,00	24,86	+ 3,46
1951	61,2	152,0	9320,40	23104,00	58,12	- 3,08
1952	32,7	70,8	2315,16	5012,64	27,07	- 5,63
1953	34,6	94,2	3259,32	8873,64	36,02	+ 1,42
1954	47,1	103,0	4851,30	10609,00	39,39	- 7,71
1955	9,0	35,5	319,50	1260,25	13,58	+ 4,58
Suma:	280,0	742,5	28014,08	73264,53	283,94	+ 3,94

A = 0,3824

e = 5,60

Mes: Agosto

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1947	19,2	41,0	787,20	1681,00	18,20	- 1,00
1948	14,7	47,0	690,90	2209,00	20,87	+ 6,17
1949	8,9	31,0	275,90	961,00	13,76	+ 4,86
1950	62,3	114,0	7102,20	12996,00	50,62	-11,68
1951	22,9	86,4	1978,56	7464,96	38,36	+15,64
1952	17,2	50,4	866,88	2540,16	22,38	+ 5,18
1953	66,6	144,5	9623,70	20880,25	64,16	- 2,44
1954	52,7	107,0	5638,90	11449,00	47,51	- 5,19
1955	23,4	61,7	1443,78	3806,89	27,39	+ 3,99
Suma:	287,9	683,0	28408,02	63988,26	303,25	+15,53

A = 0,4440

e = 8,06

Mes: Sptiembre

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1947	14,4	31,4	452,16	985,96	12,69	- 1,71
1948	61,0	116,0	7076,00	13456,00	46,86	-14,14
1949	6,8	21,3	144,84	453,69	8,61	+ 1,81
1950	28,4	107,0	3038,80	11449,00	43,23	+14,83
1951	36,3	83,2	3020,16	6922,24	33,61	- 2,69
1952	18,7	47,3	884,51	2237,29	19,11	+ 0,41
1953	64,5	162,0	10449,00	26244,00	65,45	+ 0,95
1954	19,0	40,6	771,40	1648,36	16,40	- 2,60
1955	17,6	54,0	950,40	2916,00	21,82	+ 4,22
Suma:	266,7	662,8	26787,27	66312,54	267,78	+ 1,08

A = 0,4040

e = 7,57

Mes: Octubre

Año	q	Q	qQ	Q^2	q_1	q_1-q
1947	20,8	39,0	811,20	1521,00	16,21	- 4,59
1948	32,8	71,0	2328,80	5041,00	29,51	- 3,29
1949	7,7	17,3	133,21	299,29	7,19	- 0,51
1950	21,3	57,0	1214,10	3249,00	23,69	+ 2,39
1951	19,7	55,5	1093,35	3080,25	23,07	+ 3,37
1952	15,4	42,9	660,66	1840,41	17,83	+ 2,43
1953	21,8	61,6	1342,88	3794,56	25,61	+ 3,81
1954	19,2	33,5	643,20	1122,25	13,93	- 5,27
1955	16,7	35,8	597,86	1281,64	14,88	- 1,82
Suma:	175,4	413,6	8825,26	21229,40	171,92	- 3,48

A = 0,4157

e = 3,55

Mes: Noviembre.

Año	q	Q	qQ	Q^2	q1	q1-q
1947	11,5	16,8	193,20	282,24	7,77	- 3,73
1948	21,9	34,0	744,60	1156,00	15,72	- 6,18
1949	4,7	22,5	105,75	506,25	10,41	+ 5,71
1950	27,4	60,0	1644,00	3600,00	27,75	+ 0,35
1951	15,6	40,2	627,12	1616,04	18,59	+ 2,99
1952	7,0	31,1	217,70	967,21	14,38	+ 7,38
1953	27,4	57,7	1580,98	3329,29	26,69	- 0,71
1954	20,2	29,2	589,84	852,64	13,51	- 6,69
1955	12,3	27,4	337,02	750,76	12,67	+ 0,37
Suma:	148,0	318,9	6040,21	13060,43	147,49	- 0,51

A = 0,4625

e = 4,92

Mes: Diciembre

Año	q	Q	qQ	Q^2	q1	q1-q
1947	7,0	22,5	157,50	506,25	9,44	+ 2,44
1948	14,2	31,5	447,30	992,25	13,22	- 0,98
1949	5,2	29,0	150,80	841,00	12,17	+ 6,97
1950	15,4	40,0	616,00	1600,00	16,79	+ 1,39
1951	11,6	34,0	394,40	1156,00	14,27	+ 2,67
1952	4,8	20,3	97,44	412,09	8,52	+ 3,72
1953	19,9	31,0	616,90	961,00	13,01	- 6,89
1954	13,4	30,0	402,00	900,00	12,59	- 0,81
1955	19,6	30,0	588,00	900,00	12,59	- 7,01
Suma:	111,1	268,3	3470,34	8268,59	112,60	+ 1,50

A = 0,4197

e = 4,69

Para el año completo obtendremos, como en el párrafo anterior.

El error del volúmen escurrido en los 9 años será: 2,630 (+0,40 -2,72 +0,28 +3,97 -9,41 -18,31 +3,94 +15,53 +1,08 -3,48 -0,51 +1,50) = 20,3 millones de m3.

Para el error medio del volúmen anual tendremos:

$$E = \sqrt{4,61^2 + 3,32^2 + 2,19^2 + 3,70^2 + 6,28^2 + 13,42^2 + 5,60^2 + 8,06^2 + 7,57^2 + 3,55^2 + 4,92^2 \cdots + 4,69^2} \times 2,630 = 57,8 \text{ millones de m3.}$$

Según el cuadro de gastos del río Diguillín del capítulo II - párrafo a-1 el promedio de gastos escurridos es de: (6212,2 - 513,6)/9 = 633,2 millones de m3.

Por tanto el error medio de este método será de 9,13%.

Podría intentarse un procedimiento análogo usando los promedios móviles de los gastos medios mensuales. Pero la única razón que apoya este procedimiento es un posible atraso o adelanto de una lluvia en una hoya, con respecto a la otra. Esto influiría en que esta lluvia en una hoya figura en un mes y en la otra en el mes siguiente. Se vé que la influencia de los meses adyacentes será pequeña y por tanto las sumas de los cuadrados de errores bajaría en una cantidad pequeña; pero el aumento de constantes nos obligaría a dividir esta suma por un número menor para obtener el cuadrado del error medio. Por tanto, al usar los promedios móviles serán de esperar errores medios mayores.

c) COMPARACION DIRECTA ANUAL

La fórmula $q_1 = AQ$ que resultó ser la mas apropiada, podemos aplicarla también a los volúmenes anuales escurridos.

Trabajaremos con los volúmenes correspondientes al año hidrológico, que serán (v) para Atacalco y (V) para Cholguán.

Los datos de Atacalco los tenemos en el capítulo II - párrafo a-1, y los del Itata en Cholguán los obtenemos del cuadro del párrafo anterior. Para esto sumamos losgastos medios desde Mayo de un años hasta Abril del años siguiente y multiplicamos por el número de segundos del mes(2.630.000).

Año	v	V	vV	V^2	v_1	v_1-v
1947	414,2	960,5	397839,10	922560,25	393,3	- 20,9
1948	667,2	1583,3	1056377,76	2506838,89	648,4	- 18,8
1949	510,0	1446,8	737868,00	2093230,24	592,5	+ 82,5
1950	794,8	2086,4	1658270,72	4353064,96	854,4	+ 59,6
1951	724,8	1853,9	1343706,72	3436945,21	759,2	+ 34,4
1952	427,9	1155,4	494395,66	1334949,16	473,1	+ 45,2
1953	899,7	2036,9	1832598,93	4148961,61	834,1	- 65,6
1954	665,9	1477,3	983734,07	2182415,29	605,0	- 60,9
1955	594,1	1286,3	764190,83	1654567,69	526,7	- 67,4
Suma:	5698,6	13886,8	9268981,79	22633533,30	5685,7	- 11,9

$A = 9268981,79/22633533,30 = 0,4095$

$e = \sqrt{26929,99/8} = 58,0$

d) RESUMEN

En el párrafo (b) llegamos a la conclusión que la comparación directa ($q = AQ$) de gastos mensuales era preferible al método usado por Riego.

Las comparaciones diractas mes a mes y año a año (párrafos b y c) dieron los siguientes resultados:

	Mes a Mes	año a año
Error del volúmen escurrido en millones de m3.	57,8	58,0
Volúmen no escurrido en los 9 años: (millones de m3.)	20,3	11,9

Se observa que ambos métodos son absolutamente equivalentes ya que los errores medios son practicamente iguales 57,8 y 58,0 lo qúe da un procentage de error del 9,13 y 9,16 respectivamente. (Volúmen medio escurrido en el año:5698,6/9 = 633,2 millones de m3.)

El método de comparación de mes a mes tiene la ventaja de dar inmediatamente los gastos medios mensuales. En cambio, si para la comparación sólo se dispone de los volúmenes anuales, sólo podríamos obtener una estadística mensual recurriendo al capítulo IV que arroja errores importantes.

Veremos ahora la posibilidad de usar el método de comparación directa para rehacer una estadística a partir de un sólo año de observación.

Para este efecto supondremos que de los 9 años de estadística del río Diguillín sólo conocemos los datos de uno de ellos y por comparación con el río Itata calcularemos los otros ocho años.

Trabajaremos con los datos de año a año. Por haber un solo año conocido el coeficiente (A) será sencillamente: el volúmen del Diguillín (v) del año conocido dividido por el correspondiente del Itata (V)

Año conocido	v mill.m3	V mill.m3	A
1947	414,2	960,5	0,4312
1948	667,2	1583,3	0,4212
1949	510,0	1446,8	0,3525
1950	794,8	2086,4	0,3809
1951	724,8	1853,9	0,3910
1952	427,9	1155,4	0,3703
1953	899,7	2036,9	0,4417
1954	665,9	1477,3	0,4508
1955	594,1	1286,3	0,4619

En el cuadro siguiente anotaremos en primera columna los años supuestos conocidos y en las columnas restantes, los valores que se obtengan con (v = AV) en cada año, supuesto conocido el año de la primera columna.

Año supuesto conocido	Volúmenes calculados para los años que se indican								
	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955
1947	-	682,7	623,9	899,7	799,4	498,2	878,3	637,0	554,7
1948	404,8	-	609,7	879,2	718,2	486,9	858,3	622,5	542,0
1949	338,6	558,1	-	735,5	653,5	407,3	718,0	520,7	453,0
1950	365,9	603,1	551,1	-	706,1	440,1	775,9	562,7	490,0
1951	375,6	619,1	565,7	815,8	-	451,8	796,4	577,6	502,9
1952	355,7	586,3	535,8	772,6	686,5	-	754,3	547,0	476,3
1953	424,3	699,3	639,1	921,6	818,9	510,3	-	652,5	568,2
1954	433,0	713,8	652,2	940,5	835,7	520,9	918,2	-	579,9
1955	443,7	731,3	668,3	963,7	856,3	533,7	940,8	682,4	-

En el cuadro siguiente anotamos para cada caso el error (mill. de m3) obtenido como diferencia entre los valores del cuadro anterior y los valores reales del año

Año supuesto conocido	Errores para los años que se indican (millones de m3)								
	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955
1947	-	+ 15,5	+113,9	+104,9	+ 74,6	+ 70,3	- 21,4	- 28,9	-39,4
1948	- 9,4	-	+ 99,7	+ 84,4	+ 56,4	+ 59,0	- 41,4	- 43,4	-52,1
1949	-75,6	-109,1	-	- 59,3	- 71,3	- 20,6	-181,7	-145,2	-141,1
1950	-48,3	- 64,1	+ 41,1	-	- 18,7	+ 12,2	-124,0	-103,2	-104,1
1951	-38,5	- 47,9	+ 55,7	+ 21,0	-	+ 23,9	-103,3	- 88,3	-91,2
1952	-58,5	- 80,9	+ 25,8	- 22,2	- 38,3	-	-145,4	-118,9	-117,8
1953	+10,1	+ 32,1	+129,1	+126,8	+ 94,1	+ 82,4	-	- 13,4	-25,9
1954	+18,8	+ 46,6	+142,2	+145,7	+110,9	+ 93,0	+ 18,5	-	-14,2
1955	+29,5	+ 64,1	+158,3	+168,9	+131,5	+105,8	+ 41,1	+ 16,5	-

Un análisis de este cuadro nos lleva a obtener la frecuencia de errores que sigue bastante bién la curva de probabilidades, como indica el cuadro siguiente: (Error probable = E = 55,3).

Errores inferiores a:	Nº de veces que se produce	Frecuencia de los errores calculado	según Manual "Hütte"
5,53 ± 0,1 E	0	0,000	0,054
11,06 ± 0,2 E	2	0,028	0,108
16,59 ± 0,3 E	7	0,097	0,161
22,12 ± 0,4 E	13	0,181	0,213
27,65 ± 0,5 E	17	0,236	0,264
33,18 ± 0,6 E	20	0,278	0,314
38,71 ± 0,7 E	22	0,306	0,363
44,24 ± 0,8 E	27	0,375	0,410
49,77 ± 0,9 E	30	0,417	0,456
55,30 ± 1,0 E	31	0,431	0,500
60,83 ± 1,1 E	36	0,500	0,542
66,36 ± 1,2 E	38	0,528	0,582
71,89 ± 1,3 E	40	0,556	0,620
77,42 ± 1,4 E	42	0,583	0,655
82,95 ± 1,5 E	44	0,611	0,688
88,48 ± 1,6 E	46	0,639	0,719
94,01 ± 1,7 E	48	0,667	0,748
99,54 ± 1,8 E	49	0,681	0,775
105,07 ± 1,9 E	54	0,750	0,800
110,60 ± 2,0 E	56	0,778	0,823
116,13 ± 2,1 E	58	0,806	0,844
121,66 ± 2,2 E	60	0,833	0,863
127,19 ± 2,3 E	62	0,861	0,880
132,72 ± 2,4 E	64	0,889	0,895
138,25 ± 2,5 E	64	0,889	0,909
143,78 ± 2,6 E	65	0,903	0,921
149,31 ± 2,7 E	69	0,958	0,932
154,84 ± 2,8 E	69	0,958	0,942
160,37 ± 2,9 E	70	0,972	0,950
165,90 ± 3,0 E	70	0,972	0,947
193,55 ± 3,5 E	72	1,000	0,982

Se desprende del cuadro que es frecuente encontrar errores superiores a tres veces el error probable.

e) COMPARACION CON DATOS INCOMPLETOS

Veremos si es posible aplicar el método de comparación, para el caso de disponer sólo de datos incompletos en los distintos años. Supondremos para este efecto que sólo conozcamos los datos mensuales del Diguillín de los meses del período de riego, es decir, de septiembre a abril. Los datos que usaremos serán los mismos del párrafo V - c.

Podemos proceder en dos formas.

1º Buscar el coeficiente de proporcionalidad del conjunto de los ocho meses conocidos y aplicarlo al año completo.

2º Aplicar el coeficiente que dan los ocho meses a los cuatro meses restantes y tomar para los ocho meses conocidos, los datos de la comparación de mes a mes. (Estos últimos ya fueron calculados en párrafo: V-c.)

En el cuadro siguiente (q) es la suma de los gastos mensuales de Diguillín desde septiembre a abril de un año hidrológico y (Q) la suma de los gastos del Itata en el mismo período.

(q_1) será el valor recalculado de (q).

Año	q	Q	qQ	Q^2	$q_1 - AQ$	$q_1 - q$	$(q_1-q)^2$
1947	79,1	190,8	15092,28	36404,64	75,52	- 3,58	12,8164
1948	153,9	344,0	52941,60	118336,00	136,16	-17,74	314,7076
1949	48,2	196,1	9452,02	38455,21	77,62	+29,42	865,5364
1950	133,9	356,3	47708,57	126949,69	141,02	+ 7,12	50,6944
1951	107,7	282,5	30425,25	79806,25	111,81	+ 4,11	16,8921
1952	62,8	241,9	15191,32	58515,61	95,74	+32,94	1085,0436
1953	163,8	360,1	58984,38	129672,01	142,55	-21,25	451,5625
1954	87,4	216,4	18913,36	46828,96	85,65	- 1,75	3,0625
1955	121,4	283,1	34368,34	80145,61	112,05	- 9,35	87,4225
Suma:	958,2	2471,2	283077,12	715113,98	978,12	+19,92	2887,7380

$A = 283077,12/715113,98 = 0,3958$

$e = \sqrt{2887,7380/8} = 19,00$

$q_m = 958,2/9 = 106,47$

El error medio en porcentage, será: 100 . 19,00/106,47 = 17,85%

Aplicando el coeficiente (A) al año completo tendremos: (con v = Volúmen escurrido enel año en el Diguillín, y V = Volúmen escurrido en el Itata).

Año	v	V	$v_1 = AV$	$v_1 - v$	$(v_1-v)^2$
1947	414,2	960,5	380,2	- 34,0	1156,00
1948	667,2	1583,3	626,7	- 40,5	1640,25
1949	510,0	1446,8	572,6	+ 62,6	3918,76
1950	794,8	2086,4	825,8	+ 31,0	961,00
1951	724,8	1853,9	733,8	+ 9,0	81,00
1952	427,9	1155,4	457,3	+ 29,4	864,36
1953	899,7	2036,9	806,2	- 93,5	8742,25
1954	665,9	1477,3	548,7	- 81,2	6593,44
1955	594,1	1286,3	509,1	- 85,0	7225,00
Suma:	5698,6	13886,8	5496,4	-202,2	31182,06

Esto dá un error medio para el volúmen anual de:

$E = \sqrt{31182,06/8} = 62,4$ millones de m3.

Con un promedio de 5698,6/9 = 633,2, esto equivale a un 9,85%.

En resúmen, usando el primer procedimiento indicado, (o sea, aplicando al año completo el coeficiente de proporcionalidad de ocho meses) obtenemos errores medios de 9,85% en el año y 17,85% para los ocho meses. Esto equivale a errores probables de 0,6745 . 9,85 = 6,64 y 0,6745 . 17,85 = 12,04% respectivamente.

Ahora bién: Los datos que sirven de base (8 meses de cada año) tienen a su vez un error probable de 12,04% lo que nos abliga a aceptar los siguientes errores probables del procedimiento:

Para los ocho meses de riego: $\sqrt{12,04^2 + 12,04^2} = 17,0$ %

Para el año completo: $\sqrt{12,04^2 + 6,64^2} = 13,75$ %

Como era de esperar estos errores probables son superiores a los que arrojaría el método de comparación usando los datos del año completo (En este caso sería : $E = 0,6745 \sqrt{9,16^2 + 9,16^2} = 9$ %) (Párrafo: V - d)

Para aplicar el segundo procedimiento debemos usar el método de comparación de mes a mes en los ocho meses en que tenemos datos y aplicar a los cuatro meses restantes el coeficiente global (0,3958) recién calculado. Como el método de mes a mes y el método global arrojan practicamente los mismos errores, como se vió en el párrafo (V-c) obtendremos también en este caso errores semejantes a los del primer método empleado.

En resúmen podemos decir que la comparación directa con estadísticas de sólo 8 meses, de cada año, arroja errores probables de 17% para estos ocho meses y 14% para el volúmen del año.

VI COMPARACION DE LOS METODOS DE AMPLIACION

Método del Rendimiento y Método de Comparación

Con el método del rendimiento de la hoya hemos obtenido (según capítulo III) un error medio de 6,45%. Este error se obtuvo en un punto en que la lluvia se medía en una estación ubicada en la hoya hidrográfica. Sin embargo se puede observar que al ser necesàrios los traslados de datos a otro punto, los errores son fuertes. En efecto: La estación de Atacalco acusa una lluvia media de 2567 mm y el plano pluviométrico, usado para el traslado, una de 1950 mm para el mismo punto (Párrafo II-a-2). Esto equivale a una diferencia de 24%. Debido a que las estaciones pluviométricas son escasas, en general no encontraremos condiciones tan favorables y como en el caso del Diguillín, y tendremos que contar con errores fuertes en los datos extrapolados de las lluvias. Por lo visto estos pueden llegar fácilmente a un 25% con lo que el error probable subiría a un $0,6745 \sqrt{6,45^2 + 25,00^2} = 17,4$ %.

El método de comparación dió errores del órden de 58,0 millones de m3 (según capítulo V), lo que dá un error probable de $0,6745 \cdot 58,0 = 39,1$ millones de m3 en los años que sirven de base a la extrapolación, Los resultados que obtengamos de esta extrapolación tendrán a su vez el mismo error probable. Por tanto, llegaremos a un error probable del método de $\sqrt{39,1^2 + 39,1^2} = 55,3$ millones de m3. Este error equivale a un 8,7% del escurrimiento anual medio (633,2 según el promedio de los 9 años que figuran en el capítulo anterior).

Se desprende de lo anterior, la conveniencia de usar el método de comparación directa.

Sin embargo los errores fuertes que introduce el método no lo hacen aconsejable en ciertos casos. Así por ejemplo, no sería conveniente ampliar la estadística del río Diguillín en Atacalco de 10 años a 18, tomando como base el río Itata, ya que un error mas o menos frecuente de 30% (tres veces el error probable) hace inseguro cualquier cálculo basado en los datos extendidos.

Finalmente hemos estudiado los errores que obtendríamos con una extensión basada en sólo 8 meses de observación en cada año, obteniendo errores probables de 17,9% que son superiores a los del método de comparación directa con datos completos pero levemente inferiores a los del método de las lluvias (Cabe hacer notar que el método de las lluvias no nos dará jamás el volúmen parcial correspondiente a los meses de riego).

Anexo del Capítulo II

Recursos del Chillán Alto

CALCULO DE UN EMBALSE DE 210 MILLONES DE m3 Y REBALSE DEL VERTEDERO

Con un embalse de 210 millones de m3 puede regularse un gasto de 25,3 m3/seg, con lo que se puede regar:

$$\frac{25,3 \times 6,04 \times 2\,600\,000}{10\,530} = 37\,800 = 38\,000 \text{ Has}$$

210 millones de m3 = 81 m3 - mes

Tasa de Sección Agrología - Regadío de 38 000 Has

	Coef.	Q
Sept.	0,28	7,1
Oct.	0,68	17,2
Nov.	0,97	24,5
Dic.	1	25,3
Enero	1,01	25,6
Feb.	0,97	20
Mar.	0,70	17,7
Abr.	0,61	15,4

En el cuadro anterior se tienen los gastos mensuales al regularizar 25,3 m3/seg y en el siguiente los déficits y sobrantes que se producen al regularizar dicho gasto.

El embalse de 81 m3-mes no se llena en los años 1928-29-47 y 55; resulta con un aprovechamiento 79% y el riego falla los años 1928-47-49-52 y 55 lo que dá una seguridad 76%.

Conclusión:

Con un embalse de 190 millones de m3 se puede regar una superficie de 34 000 Has con seguridad 84% y con uno de 210 millones de m3 se puede regar una superficie de 38 000 Has con seguridad 76%. En el primer caso el embalse se llena el 100% de los años y en el segundo se llena solamente el 80% de los años.

Tanto la seguridad del riego como el número de años en que se llena el embalse de 210 millones es bajo en comparación con la importancia de la obra, debido a lo cual no conviene esta solución.

En el cuadro, Contabilidad de aguas, se dá el cálculo de los gastos que rebalsan por el vertedero del embalse de 73 m3-mes (190 millones de m3). De este cuadro se puede deducir que el embalse se vacia totalmente 7 años de 19 y que en 14 años el embalse entrega el 80% del agua embalsada. El remanente, o sea el agua que quedará en el embalse para la temporada siguiente, es igual a la capacidad del embalse (73 m3-mes) menos el déficit de la temporada. La 5a columna es el exceso en el río, o sea el sobrante total menos 73 m3-mes. El rebalse total por el vertedero del embalse en un año es igual al remanente en el embalse del año anterior más el exceso del río durante el año en estudio. Dichos sobrantes se tienen en la última columna.

Este agua, que es el sobrante en La Esperanza podrá ser aprovechado junto con las aguas que aporten otros afluentes ubicados más abajo, mediante obras complementarias.

La probabilidad de tener dichos sobrantes se ha calculado en el último cuadro de este anexo. Se puede apreciar que el 80% de los años pasa por el vertedero un volúmen superior a los 28 m3-mes.

DEFICITS Y SOBRANTES - TASA DE RIEGO DE SECCION AGROLOGIA

(Q dic = 25,3 m3/seg)

Año	Mayo	Junio	Julio	Agost	Sept	Oct	Nov	Dic	Enero	Feb	Marzo	Abril	Sobrante	Déficits		Fallas	
													m3 - mes	m3-mes	mill m3	Emb.	Año
1928	6	17	30	11	3,9	- 7,2	-16,9	-16,9	-18,8	-13	-12,4	-10,6	67,9	85,8		F	F
29	5,6	15,5	20	21	9,2	- 0,2	-13,5	-13,3	-17	-13	-11,7	- 8,4	71,3	77,1			
39	27	35	22	48	7,9	11,8	-13	-16,3	-18,6	-13,2	-12,7	- 5,9	151,7	79,7			
40	59	58	69	23	7,9	0,8	-12,5	-11,3	-16,2	-11,5	- 9,9	- 9,4	217,7	70,8			
41	23,5	33,2	54	71	14,9	- 1,2	1,5	- 4,3	-12,6	- 8,6	- 8	- 7,3	198,1	42,0			
42	15,1	17,4	23,6	42	16,9	4,8	- 8,5	-14,3	-16,9	-12,3	-10,9	- 9,3	119,8	72,2			
43	19	11	13,4	13,6	22,9	- 4,2	-14,5	-17,3	-18,6	-13	-11,7	- 9,4	79,9	88,7			
44	13,1	27	20	46	13,9	21,8	- 3,5	-12,3	-14,6	- 8	- 7,7	- 5,4	141,8	51,1			
45	33	22	28	36	17,9	2,8	- 0,5	-14,1	-17,5	-13	-11,7	-10,6	139,7	67,4			
46	11,2	11,7	29	13,3	19,9	- 3,9	-10,9	-15,6	-19,4	-14,9	-13,3	-11,4	85,1	89,4			
47	4,6	26	20	16	6,5	- 1,7	-16,3	-18,9	-20,2	-15,7	-14	- 6,4	73,1	93,2		F	F
48	12,6	17,4	48	13,7	30,9	5,8	-11	-13,3	-16,5	-11,3	- 9,9	- 9,2	128,4	71,2			
49	46	48	16	10,5	0,7	-10,5	-18,9	-19,3	-20,3	-15,4	-12,1	- 5	121,2	101,5			F
50	33	37	17,7	30	23,9	- 0,1	- 4,5	-11,9	-10,4	- 8	- 9	- 8,7	141,6	52,6			
51	15,4	37	39	23	18,9	- 0,6	-11,2	-14,3	-16	-11,3	- 8,9	- 8,6	133,3	70,9			
52	14,1	18,3	42	14,6	7,3	- 6,1	-16,5	-18,6	-18,8	-13,8	-12,1	- 9,1	96,3	95			F
53	32	18,2	27	40	47,9	1,9	- 8,5	-13	-15,6	-11	-10,4	- 8,9	167,	67,4			
54	12	27	33	24,1	6,9	- 5,1	-13,7	-15,8	-17,5	-13,2	-11,9	-10,2	103	87,4			
55	6,8	30	11	14,8	9,2	- 4,8	-15,7	-16,9	-15	-13,6	- 7,2	- 5,4	71,8	78,6		F	F/2

Embalse de 190 millones de m3 (73 m3 - mes)

Contabilidad de aguas

Año	Sobrantes m3-mes	Défic.	Remanente emb.	Exceso río	Rebalse vert.
1928	68,6	82,2	-	-	-
29	73,4	64,9	8,1	0,4	0,4
39	154	67,7	5,3	81	89,1
40	220	58,8	14,2	147	152,3
41	201,2	31	42	128,2	142,4
42	122	60,2	12,8	49	91
43	80,6	75	-	7,6	20,4
44	144	40,5	32,5	71	71
45	143,7	57,1	15,9	70,7	103,2
46	85,6	75,8	-	12,6	28,5
47	73,8	79,6	-	0,8	0,8
48	130,7	59,2	13,8	57,7	57,7
49	121,9	87,9	-	48,9	62,7
50	143,6	40,5	32,5	70,6	70,6
51,	134	58,3	14,7	61	93,5
52	96,9	81,4	-	23,9	38,6
53	169,1	55,4	17,6	96,1	96,1
54	103,6	73,8	-	30,6	48,2
55	72,7	65	8	-	-

Embalse de 190 millones de m3

Volumen de rebalse - Probabilidad de ocurrencia

Probabilidad: Volúmen sobrante que pasa por el vertedero del embalse de 73 m3 mes.

	m3-mes Vol.rebalse vert.	Probab. %
1	152,3	3
2	142,4	9
3	103,2	15
4	96,1	21
5	93,5	26
6	91	32
7	89,1	38
8	71	44
9	70,6	50
10	62,7	56
11	57,7	62
12	48,2	68
13	38,6	74
14	28,5	79
15	20,4	85
16	0,8	91
17	0,4	97